

PHẦN TƯ DUY TOÁN HỌC



ĐỀ LUYỆN THI

ĐỀ THI THỬ ĐÁNH GIÁ TƯ DUY ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

Thời gian: 60 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 40 câu

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = -x^4 - x^2 + 1$. B. $y = \frac{3x+1}{x+1}$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 2: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$. Tính tích $P = abc$.

- A. $P = -6$. B. $P = 6$. C. $P = -3$. D. $P = \frac{3}{2}$.

Câu 3: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **đúng**, phát biểu nào **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x}$ không xác định trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$		
b)	Có 20 giá trị nguyên m để hàm số $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.		

Câu 4: Kéo biểu thức ở các ô vuông thả vào vị trí thích hợp trong các câu sau:



(với $k \in \mathbb{Z}$)

1) Hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ không xác định với mọi x có dạng

2) Chu kì của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$ là

Câu 5: Có một giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \in (-2; 0)$. B. $m \in (1; 3)$ C. $m \in (3; 5)$. D. $m \in (0; 1)$.

Câu 6: Phương trình $(m+1)x^2 + 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in (a; b]$. Tính $a + b$

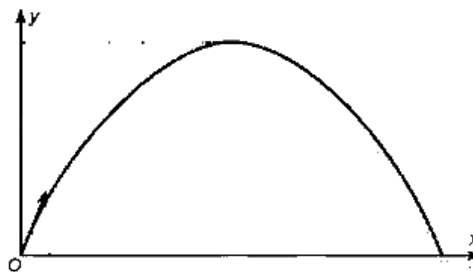
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7: Một rạp chiếu phim có chi phí tổ chức là 20 nghìn đồng cho mỗi vé bán ra. Theo nghiên cứu, nếu giá vé là x (nghìn đồng) thì số lượng vé bán được sẽ là $q(x) = 120 - x$ ($x \in \mathbb{N}^*$). Hãy xác định giá vé cho mỗi ghế sao cho lợi nhuận mà rạp thu được là cao nhất?

- A. 42 nghìn đồng. B. 60 nghìn đồng. C. 55 nghìn đồng. D. 70 nghìn đồng.

Câu 8: Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol có phương trình: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$, $x > 0$. Trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O, y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất. Tìm **khoảng cách xa nhất** từ gốc O đến một điểm trên quỹ đạo của vật.

- A. $5\sqrt{3}$ B. 6 C. $3\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$



Câu 9: Số liệu thống kê tình hình đỗ đại học của học sinh trường THPT X trong hai năm 2018 và 2019 như sau:

Đơn vị: người

STT	Trường Đại học	Khóa tốt nghiệp 2018		Khóa tốt nghiệp 2019	
		Nữ	Nam	Nữ	Nam
1	Khoa học Tự nhiên	15	50	20	45
2	Bách khoa	20	43	15	32
3	Kinh tế	5	20	10	55
4	Ngoại thương	10	34	5	12

Kéo biểu thức ở các ô vuông thả vào vị trí thích hợp trong các câu sau:

65%

4,7%

70%

5,2%

- 1) Tỷ lệ phần trăm của số học sinh nữ đỗ vào cả hai trường Đại học Khoa học Tự nhiên và Đại học Bách khoa trong năm 2018 so với tổng số học sinh nữ đỗ đại học năm đó là:

- 2) Sự chênh lệch về tổng số học sinh đổ vào hai trường Đại học Bách khoa và Đại học Kinh tế trong cả hai năm 2018 và 2019 so với tổng số học sinh đổ vào hai trường Đại học Khoa học Tự nhiên và Đại học Ngoại thương trong cùng thời gian là:

Câu 10: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số mà trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ.

- A. $\frac{155}{378}$. B. $\frac{127}{378}$. C. $\frac{143}{378}$. D. $\frac{139}{378}$.

Câu 11: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .
B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) .
D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) .

Câu 12: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tính giá trị của x sao cho hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 13: Trong không gian xét $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}, \vec{q}$ là các vectơ đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m} - \vec{n}|^2 + |\vec{m} - \vec{p}|^2 + |\vec{m} - \vec{q}|^2 + |\vec{n} - \vec{p}|^2 + |\vec{n} - \vec{q}|^2 + |\vec{p} - \vec{q}|^2$.

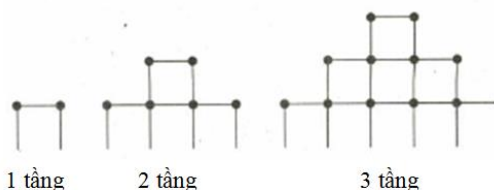
Khi đó $M - \sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$ B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$ C. $(17; 22)$ D. $(10; 15)$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = a \cdot 3^n$ (a : hằng số). Khẳng định nào sau đây là *sai*?

- A. Dãy số có $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$. B. Hiệu số $u_{n+1} - u_n = 3a$.
C. Với $a > 0$ thì dãy số tăng. D. Với $a < 0$ thì dãy số giảm.

Câu 15: Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ.



Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng 210 que diêm		
b)	Nếu An có 903 que diêm thì An xếp được đến tầng 22		

Câu 16: Giả sử có 3 cơ sở khoan giếng A, B và C với các quy định về giá như sau:

- **Cơ sở A:** Giá 1 mét khoan đầu tiên là 7000 đồng. Mỗi mét tiếp theo tăng thêm 400 đồng so với mét khoan ngay trước đó.
 - **Cơ sở B:** Giá 1 mét khoan đầu tiên là 6000 đồng. Mỗi mét tiếp theo tăng thêm 5% so với mét khoan ngay trước đó.
 - **Cơ sở C:** Giá 1 mét khoan đầu tiên là 5500 đồng. Mỗi mét tiếp theo tăng thêm 200 đồng cho các mét từ 1 đến 10 mét, và 8% cho các mét tiếp theo so với giá của mét ngay trước đó.
- Câu hỏi: Với độ sâu giếng cần khoan là 15 mét và 30 mét, công ty nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí. (Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau)

- A. luôn chọn A.
- B. giếng 15 chọn A còn giếng 30 chọn B.
- C. giếng 15 chọn B còn giếng 30 chọn C.
- D. giếng 15 chọn C còn giếng 30 chọn A.

Câu 17: Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2.5^n}$ là:

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{1}{50}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

Câu 18: Hệ số của x^7 trong khai triển $(2 - 3x)^{15}$ là

- A. $-C_{15}^7 \cdot 2^8 \cdot 3^7$. B. C_{15}^8 . C. $C_{15}^8 \cdot 2^8$. D. $-C_{15}^8 \cdot 2^8 \cdot 3^7$.

Câu 19: Có 3 nam (A, C, E) và 3 nữ (B, D, F) cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao Kéo các ô sau thả vào vị trí thích hợp để được khẳng định đúng:

40

48

32

24

72

- 1) Có cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ
- 2) Có cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B phải ngồi kề nhau
- 3) Có cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam C, một người nữ D không được ngồi kề nhau?

Câu 20: Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn (O). Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H). Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 85,40%.

B. 13,45%.

C. 40,35%.

D. 80,70%.

Câu 21: Giả sử có 9 viên kẹo khác màu và 3 cái túi, ta chia đều kẹo vào các túi: Kéo các ô sau thả vào vị trí thích hợp để được khẳng định đúng:

280

504

1680

120

362880

1) Số cách xếp 9 viên kẹo vào 3 cái túi khác nhau là

2) Số cách xếp 9 viên kẹo vào 3 cái túi giống nhau là

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng:

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$

B. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$

D. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$, biết $\tan \alpha = \sqrt{2}$

Kéo các ô sau thả vào vị trí thích hợp để được khẳng định đúng:

$2a$

60°

$a\sqrt{2}$

30°

a

1) Độ dài cạnh SA bằng

2) Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

Câu 25: Một số Armstrong (hay còn gọi là số Narcissistic) là một số nguyên n có k chữ số, bằng tổng các lũy thừa k của các chữ số của nó, ví dụ: $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Hãy kiểm tra tính đúng đắn của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	9474 là một số Armstrong.		
b)	Tổng của các số Armstrong có ba chữ số là 1301.		

c)	Nếu n là một số Armstrong có k chữ số, thì chữ số đầu tiên của n luôn nhỏ hơn hoặc bằng chữ số cuối cùng của n .		
----	--	--	--

Câu 26: Kéo các ô sau thả vào vị trí thích hợp để được khẳng định đúng:



1) Số dư khi chia $2497^{12} + 4521^7 - 1$ cho 8 là

2) Số dư khi chia $1523^4 + 407^3 - 786^2$ cho 5 là

Câu 27: Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$, (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 28: Anh Bình là một nhà nghiên cứu về sự phát triển của một thành phố. Anh ta xây dựng mô hình dân số $P(t)$ (nghìn người) của thành phố này sau t năm kể từ thời điểm hiện tại như sau:

$$P(t) = \frac{50t^3 + 100t}{t^4 + 20t^2 + 100} + \frac{60t^2 + 30}{t^2 + 5t + 10} + 80 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 150$$

Anh Bình muốn biết dân số của thành phố trong dài hạn thuộc khoảng nào sau đây?

A. (130;290). B. (60;290). C. (60;130). D. (130;210).

Câu 29: Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q . Tìm q ?

A. $q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. B. $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$. C. $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. D. $q = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}$.

Câu 30: Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0;100\pi)$ của phương trình

$$\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3. \text{ Tổng các phần tử của } S \text{ là}$$

A. $\frac{7400\pi}{3}$. B. $\frac{7525\pi}{3}$. C. $\frac{7375\pi}{3}$. D. $\frac{7550\pi}{3}$.

Câu 31: Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0;3\pi)$ là

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

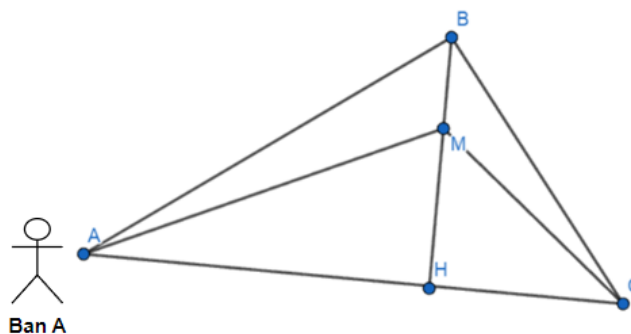
Câu 32: Cho hàm số $f(x) = (3x^2 - 2x - 1)^9$. Tính đạo hàm cấp 6 của hàm số tại điểm $x=0$.

A. $f^{(6)}(0) = -60480$. B. $f^{(6)}(0) = -34560$. C. $f^{(6)}(0) = 60480$. D. $f^{(6)}(0) = 34560$.

Câu 33: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^4 - 8t^2 + 16, t \geq 0$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm vận tốc $v(t) = 4t^3 - 16t$, gia tốc $a(t) = 12t^2 - 16$		
b)	Hạt chuyển động xuống dưới khi $t \in (0; 4)$		
c)	Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$ là $128m$		
d)	Khi $t = 1$ thì hạt giảm tốc độ		

Câu 34: Nhà của các bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác ABC (như hình vẽ). Biết rằng $AC = 20km, BC = 10\sqrt{2}km$. Bạn E hẹn chờ bạn A tại một vị trí M nằm trên đoạn đường BH với H là hình chiếu vuông góc của B lên AC , biết $HM = 4$ km. Giả sử bạn A di chuyển từ nhà đến điểm hẹn M với vận tốc 36 km/h và từ M hai bạn A, E đi đến nhà bạn C với vận tốc 36 km/h. Sau đó, ba bạn A, E, C tiếp tục đi từ nhà bạn C đến nhà bạn B với vận tốc 50 km/h. Hỏi BM bằng bao nhiêu để thời gian mà bạn A đi từ nhà đến nhà bạn B là nhanh nhất?



Đáp án:

Câu 35: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(m; n)$ với $m \geq n \geq 0$ sao cho $(m + 2n)^3$ là ước của $9n(m^2 + mn + n^2) + 16$.

Đáp án:

Câu 36: Một vật chuyển động với quãng đường có phương trình là $s(t) = -t^4 + 8t^3 - 18t^2 + 20t$, trong đó t là thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $s(t)$ là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian t . Trong khoảng thời gian t từ 0 đến 6 giây, vận tốc cực đại của vật là $v_{\max}$ và gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc đạt cực đại là $a_{v_{\max}}$. Tính $v_{\max} + a_{v_{\max}}$

Đáp án:

Câu 37: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

Đáp án:

Câu 38: Tập hợp tất cả giá trị của $m \in (a; b]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2}$ có ba tiệm cận.

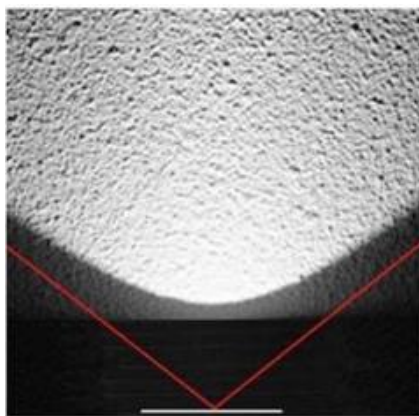
Tính $a + b$.

Đáp án:

Câu 39: Tính thể tích (đơn vị thể tích) của hình chóp có đáy là một đa giác đều sao cho số cạnh của đáy là lớn nhất, khi tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng 1 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án:

Câu 40: Biết rằng vùng sáng của một đèn bảo vệ trên biển nằm trong phần lõm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{ax^2 + k^2} + b$ (C), với $a > 0$ (a, k, b là các hệ số điều chỉnh đèn). Trên mô hình tọa độ phẳng, người ta xác định được một tiếp cận xiên của đồ thị là đường thẳng $y = x - 2$ (tham khảo hình vẽ).



- Điều chỉnh các giá trị của a và b để vùng sáng của một đèn bảo vệ trên biển nằm trong phần lõm của đồ thị (C) và có một đường tiệm cận xiên $y = x - 2$. Tính $a + b$
- Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên khác là $y = mx + n$. Tính $m + n$
- Người ta đặt chân đèn tại giao điểm của hai đường tiệm cận xiên, và điều chỉnh k để đèn chiếu xa hơn bán kính $300m$ kể từ chân đèn. Để ước lượng độ dài giữa hai điểm A và B trên đồ thị (C) cách chân đèn $300m$, người ta tính khoảng cách giữa hai điểm trên hai tiệm cận xiên cùng cách chân đèn $300m$. Độ dài ước lượng bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị).