

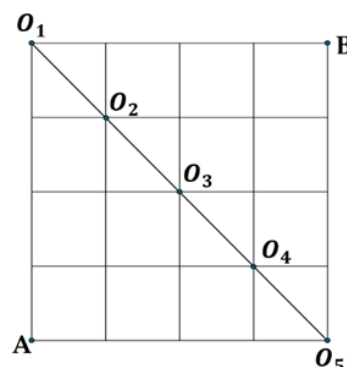
200 BÀI TOÁN ĐỊNH LƯỢNG

CHUẨN CẤU TRÚC

THEO ĐỀ THI MINH HỌA
CHÍNH THỨC HSA 2025



Câu 1: [MAP] Cho một lưới ô vuông dạng 4×4 như hình vẽ. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển về vị trí A. Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể đi lên hoặc sang phải còn con kiến thứ hai chỉ có thể đi xuống hoặc sang trái. Hỏi có bao nhiêu khả năng để hai con kiến gặp nhau ở vị trí O_3 ?



Câu 2: [MAP] Trong một hộp có 15 bóng đèn, trong đó có 6 bóng đèn hỏng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 4 bóng đèn. Tính xác suất để lấy được 4 bóng tốt.

Câu 3: [MAP] Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1, 2, 3, 4, \dots, 9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số lẻ.

Câu 4: [MAP] Cô giáo có một hộp chứa 15 lá thăm trong đó có 3 lá là được nhận 10 quyền vờ. Nam được bốc 2 lần, tính xác suất Nam bốc 2 lần đều được lá thăm trúng 10 quyền vờ.

Câu 5: [MAP] Xếp ngẫu nhiên 8 người gồm 5 nam 3 nữ vào một cái ghế dài 8 chỗ ngồi. Tính xác suất để không có 2 nữ nào ngồi cạnh nhau.

Câu 6: [MAP] Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{N} | 3x^2 - 31x + 10 \leq 0\}$. Chọn ngẫu nhiên từ tập X ba số tự nhiên. Tính xác suất để ba số được chọn là ba số liên tiếp.

Câu 7: [MAP] Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

- A. 310. B. 105. C. 231. D. 126.

Câu 8: [MAP] Một nhóm học sinh đi dự hội nghị có 5 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn, mỗi học sinh ngồi một ghế. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{126}$. B. $\frac{1}{2880}$. C. $\frac{7}{126}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 9: [MAP] Một giá sách có 2 ngăn, ngăn A có 3 quyển sách Toán và 4 quyển sách Văn, ngăn B chứa 4 quyển sách Toán và 6 quyển sách Văn. Lấy ngẫu nhiên một quyển sách từ ngăn B đặt vào ngăn A. Sau đó chọn ngẫu nhiên một quyển sách từ ngăn A. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách Văn.

- A. $\frac{9}{20}$. B. $\frac{23}{40}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{5}{8}$.

Câu 10: [MAP] Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất ghi bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ ghi bàn

- A. 0,42 B. 0,94 C. 0,234 D. 0,9

Câu 11: [MAP] Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A. 0,24 . B. 0,36 . C. 0,16 . D. 0,48 .

Câu 12: [MAP] Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, tính xác suất biến cố A : "2 viên bi cùng màu".

A. $P(A) = \frac{4}{195}$

B. $P(A) = \frac{6}{195}$

C. $P(A) = \frac{4}{15}$

D. $P(A) = \frac{64}{195}$

Câu 13: [MAP] Có 3 chiếc hộp chứa bi. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ là:

A. $\frac{17}{40}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{2}{15}$

Câu 14: [MAP] Một cấp số cộng có $u_5 = 12$ và $u_{12} = 26$ công sai của cấp số cộng này là

A. 2

B. 6

C. 4

D. 20

Câu 15: [MAP] Một cấp số cộng có $u_1 = -2, d = 3$. Tìm công thức tổng quát

A. $u_n = -2 + (3n - 1)$

B. $u_n = -2 + 3(n + 1)$

C. $u_n = 3n - 5$

D. $u_n = 3n + 1$

Câu 16: [MAP] Cho cấp số cộng 1, 5, 9, ... Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

A. 297

B. 399

C. 295

D. 397

Câu 17: [MAP] Tìm giá trị của x, y sao cho dãy số -2, x, 4, y theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. $x = 2, y = 8$.

B. $x = 1, y = 7$.

C. $x = 2, y = 10$.

D. $x = -6, y = 2$.

Câu 18: [MAP] Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng biết
$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_7 = 1 \\ u_1 + u_6 = 16 \end{cases}$$

A. $u_1 = \frac{171}{17}, d = -\frac{14}{17}$

B. $u_1 = -\frac{14}{17}, d = \frac{171}{17}$

C. $u_1 = 2, d = 3$

D. $u_1 = 3, d = 2$

Câu 19: [MAP] Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 giờ thì sau mỗi giờ số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi đến 12 giờ trưa đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

A. 300

B. 156

C. 78

D. 48

Câu 20: [MAP] Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là

A. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$

B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$

C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$

Câu 21: [MAP] Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) biết số hạng tổng quát $u_n = 2^{3n}$.

A. $q = 8$.

B. $q = 2$.

C. $q = 3$.

D. $q = 6$.

Câu 22: [MAP] Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 3$ và $a_2 = -6$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

A. $a_5 = -24$.

B. $a_5 = 48$.

C. $a_5 = -48$.

D. $a_5 = 24$.

Câu 23: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_5 = 15$, và $u_8 = -1875$. Công bội của cấp số nhân là

- A. $q = 3$ B. $q = -3$ C. $q = -5$ D. $q = 5$

Câu 24: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_9 = 27u_6 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases}$. Tính công bội q của cấp số nhân (u_n)

- A. $q = 3$. B. $q = -3$. C. $q = 2$. D. $q = -2$.

Câu 25: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) : $u_1 = 9; q = \frac{1}{3}$. Hỏi $\frac{1}{729}$ là số hạng thứ mấy?

- A. 12. B. 9. C. 11. D. 10.

Câu 26: [MAP] Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu của số hạng thứ năm và số hạng thứ tư là 576, hiệu của số hạng thứ hai và số hạng đầu tiên là 9. Tìm tổng S_5 của 5 số hạng đầu của cấp số nhân này.

- A. $S_3 = 255$. B. $S_3 = 123$. C. $S_3 = 1023$. D. $S_3 = 63$.

Câu 27: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 10, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 50 của dãy số.

- A. $u_n = 4.3^n - 5$. B. $u_n = 4.3^{n-1} + 5$. C. $u_n = 4.3^{n-1}$. D. $u_n = 4.3^{n-1} - 5$.

Câu 28: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n - 5, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 15 của dãy số.

- A. -65534. B. 65531. C. -65531. D. -65533.

Câu 29: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tính tỉ số $\frac{u_{50}}{u_{100}}$?

- A. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{100}$.

Câu 30: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3n + 5, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 120 của dãy số

- A. $u_{120} = 2^{120}$. B. $u_{120} = 2^{120} + 358$. C. $u_{120} = 2^{120} + 360$. D. $u_{120} = 2^{120} + 240$.

Câu 31: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n + 4n + 11, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số

- A. $u_n = 6.5^{n-1} - n$. B. $u_n = 6.5^n - n - 3$. C. $u_n = 6.5^{n-1} - n - 3$. D. $u_n = 6.5^{n-1} + n + 3$.

Câu 32: [MAP] Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 36 và tổng các bình phương của chúng là 450.

Câu 33: [MAP] Cho hai cấp số cộng hữu hạn $(a_n): 2; 5; 8; 11; \dots; a_{1000}$ và $(b_n): -1; 6; 13; 20; \dots; b_{1000}$. Hỏi có bao nhiêu số hạng xuất hiện ở cả hai cấp số cộng trên.

Câu 34: [MAP] Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Giả sử trong khoảng thời gian gửi người gửi không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, hỏi sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được gần với là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

Câu 35: [MAP] Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người muốn kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này để khoan một giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan số tiền bằng bao nhiêu?



Đáp án:.....

Câu 36: [MAP] Với $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ thì $f'(0)$ bằng

Đáp án:.....

Câu 37: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$. Giá trị của $y'(1)$ bằng:

Đáp án:.....

Câu 38: [MAP] Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$. Tính $f'(-1)$.

Đáp án:.....

Câu 39: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

- A. $-1 - \frac{1}{(x+1)^2}$. B. $1 + \frac{1}{(x+1)^2}$. C. $-1 + \frac{1}{(x+1)^2}$. D. $1 - \frac{1}{(x+1)^2}$.

Câu 40: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)}$

- A. $y' = \frac{x-1}{2(x^2-2x)}$. B. $y' = \frac{-4x+4}{(x^2-2x)\ln^4(x^2-2x)}$.
C. $y' = \frac{4-4x}{(x^2-2x)\ln^3(x^2-2x)}$. D. $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)^2}$.

Câu 41: [MAP] Cho $f(x) = 2 \cdot 3^{\log_{81} x} + 3$. Tính $f'(1)$

Đáp án:.....

Câu 42: [MAP] Cho hàm $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$. B. $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$.
C. $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$. D. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

Câu 43: [MAP] Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - x + 3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại điểm mà (P) cắt trục tung là:

- A. $y = -x + 3$. B. $y = -x - 3$. C. $y = 4x - 1$. D. $y = 11x + 3$.

Câu 44: [MAP] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

- A. $y = 10x + 4$. B. $y = 10x - 5$. C. $y = 2x - 4$. D. $y = 2x - 5$.

Câu 45: [MAP] Cho đường cong $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong. Điểm M nào sau đây có tiếp tuyến tại điểm đó song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$?

- A. $M\left(\frac{5\pi}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; -1\right)$. C. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 1\right)$. D. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 0\right)$.

Câu 46: [MAP] Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$. Trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A. 0 m/s^2 . B. 6 m/s^2 . C. 24 m/s^2 . D. 12 m/s^2 .

Câu 47: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \sin^3 x + x^2$. Giá trị $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. -1. C. -2. D. 5.

Câu 48: [MAP] Hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có bao nhiêu nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

Đáp án:.....

Câu 49: [MAP] Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức $P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$. (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

Đáp án:.....

Câu 50: [MAP] Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi công thức $s(t) = 10 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Trong 30 phút đầu hoạt động thì hạt đạt tốc độ cực đại bao nhiêu lần?

Đáp án:.....

--- HẾT ---

Câu 51: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 52: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				4			$+\infty$
			-1			-1		

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 53: [MAP] Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 54: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 55: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 56: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 57: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 58: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$	

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 59: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$

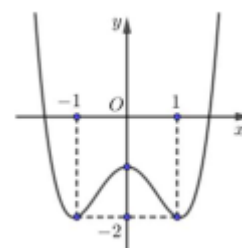
Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

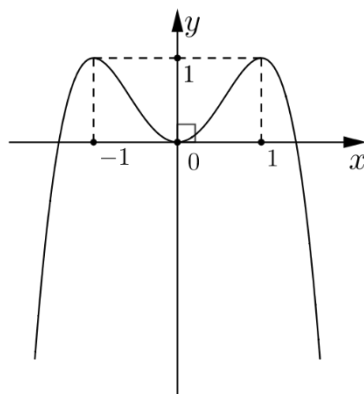
Câu 60: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$.
 C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

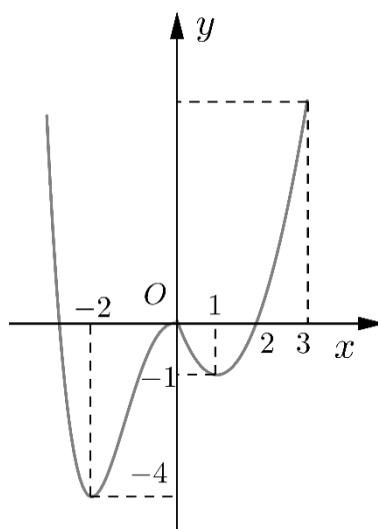


Câu 61: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 62: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-1; 0)$. B. $(-2; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 3)$.

Câu 63: [MAP] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 + 3x^2$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Câu 64: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

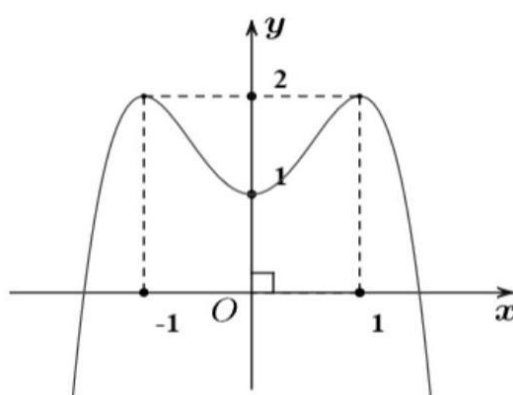
Câu 65: [MAP] Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 66: [MAP] Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 67: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là



- A. 2.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 3.

Câu 68: [MAP] Gọi P là số giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$. Tìm P .

- A. $P = 0$.
- B. $P = 2$.
- C. $P = 1$.
- D. $P = 3$.

Câu 69: [MAP] Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Câu 70: [MAP] Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- A. $y = \frac{x-1}{x-3}$.
- B. $y = \frac{x+1}{x+4}$.
- C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.
- D. $y = \frac{2x-1}{x+5}$.

Câu 71: [MAP] Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$.
- B. $(-\infty; +\infty)$.
- C. $(-1; 1)$.
- D. $(0; +\infty)$.

Câu 72: [MAP] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là **đúng nhất**:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 73: [MAP] Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 74: [MAP] Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 75: [MAP] Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Câu 76: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'			$+$		0	$-$		0	$+$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 77: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 4)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

Câu 78: [MAP] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 79: [MAP] Hàm số $y = x^4 - 4x^2$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 80: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$.

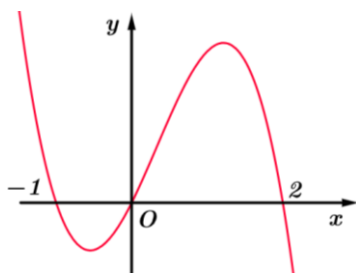
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 81: [MAP] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{3})$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$.

Câu 82: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ.

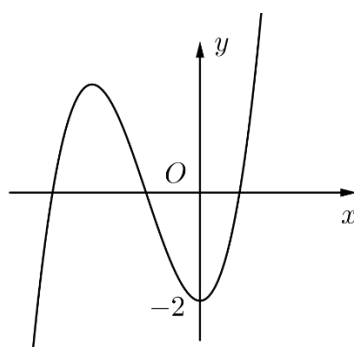


- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 83: [MAP] Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1 = f(x)$. Xác định số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$.

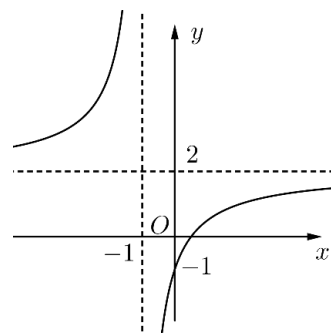
- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 84: [MAP] Đường cong bên dưới là của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 - 3x - 2$.

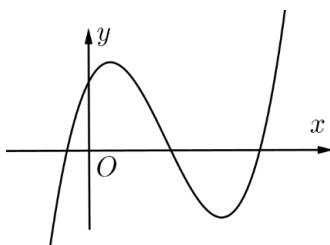
Câu 85: [MAP] Đường cong trong hình vẽ là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 86: [MAP] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Câu 87: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{3x^2}, \forall x \neq 0$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là bao nhiêu?

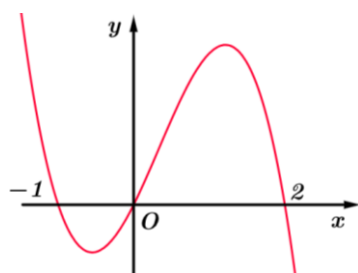
Câu 88: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$+\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ C. $(1; +\infty)$ D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

Câu 89: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ.



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 90: [MAP] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 91: [MAP] Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có cực đại - cực tiểu thì tham số m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m > 0$.

Câu 92: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m-1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số trên nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Câu 93: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

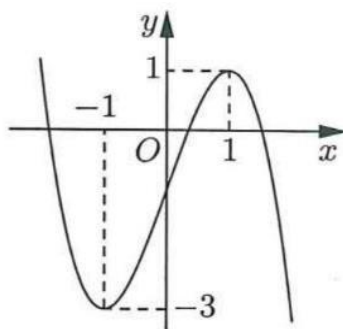
- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 94: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m-1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

Câu 95: [MAP] Tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0 là

- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = 0$.

Câu 96: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

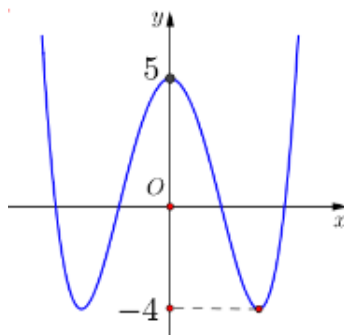
A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Câu 97: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 16.

C. 17.

D. 8

Câu 98: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 1	$\searrow$ 0	$\nearrow$ $+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 99: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

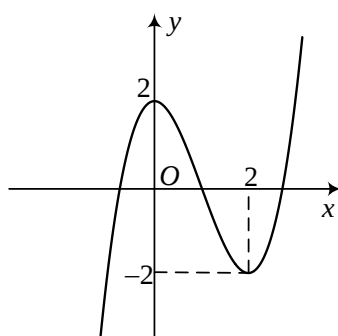
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$								

$-\infty \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -1 \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 100: [MAP] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 101: [MAP] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 102: [MAP] Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ x_I của trung điểm I của đoạn MN bằng bao nhiêu?

- A. $x_I = 2$ B. $x_I = 1$ C. $x_I = -5$ D. $x_I = -\frac{5}{2}$

Câu 103: [MAP] Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$ và đường thẳng $y = x$

- A. 3 B. 0 C. 2 D. 1

Câu 104: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m - 2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1.

- A. 8 B. 7 C. 5 D. 3

Câu 105: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2022		$-\infty$

$-\infty \rightarrow -2022 \rightarrow 2022 \rightarrow -\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x+2021) - 2022| = 2023$ là

- A. 4 B. 6 C. 2 D. 3

Câu 106: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

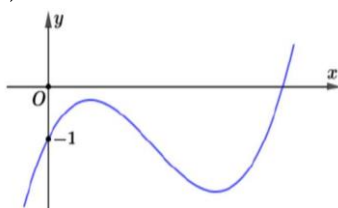
x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$-\infty$				2				$+\infty$

$-\infty \rightarrow -2 \rightarrow 2 \rightarrow -3 \rightarrow +\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 25. B. 30. C. 29. D. 24.

Câu 107: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

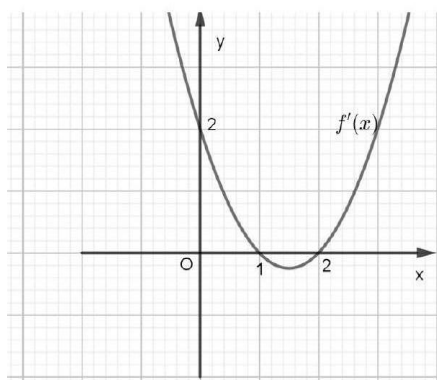


- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 108: [MAP] Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 20. B. 19. C. 9. D. 21.

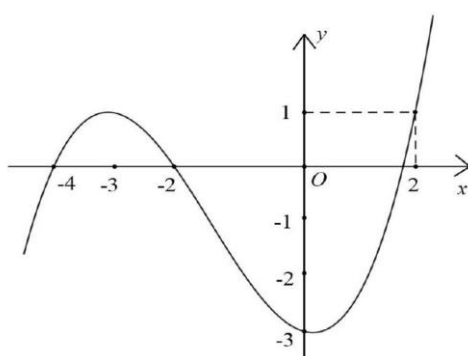
Câu 109: [MAP] Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 110: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

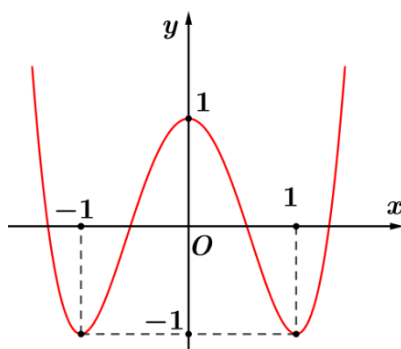
Câu 111: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị.

- A. 18. B. 15. C. 16. D. 17.

Câu 112: [MAP] Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 4 + m|$ có 5 cực trị bằng?

- A. 217. B. 213. C. 276. D. 253.

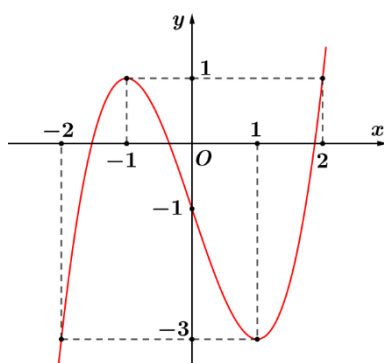
Câu 113: [MAP] Cho hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thuộc $[0; 2\pi)$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 1$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Câu 114: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Phương trình $f(3 - 2f(x)) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

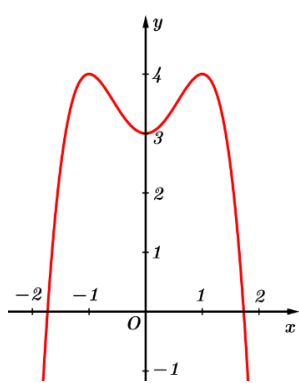
A. 6.

B. 5.

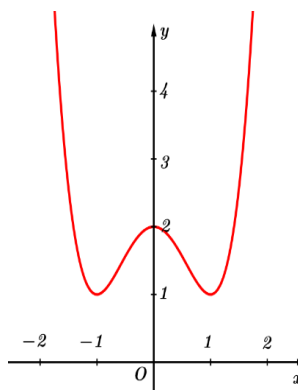
C. 7.

D. 4.

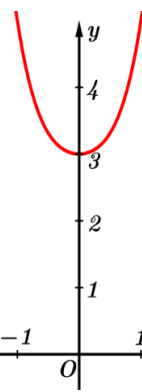
Câu 115: [MAP] Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$



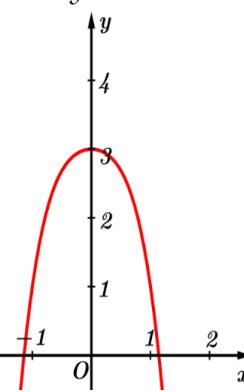
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 1.

Câu 116: [MAP] Hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{3} + ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+	1	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 1	$+\infty$

Hỏi có bao nhiêu số âm trong các hệ số a, b, c ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

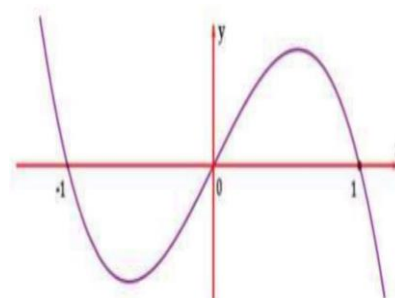
Câu 117: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = -x^4 + bx^2 + 1$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = |f(x^2 - 2x) + m|$ có 7 điểm cực trị.

A. 5.

B. 7.

C. 9.

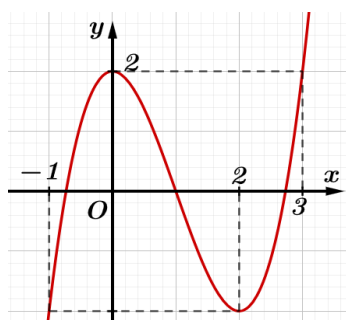
D. 11.



Câu 118: [MAP] Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C). Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là bao nhiêu?

- A. $m = -\sqrt{2}$. B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $m = \pm \sqrt{2}$. D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

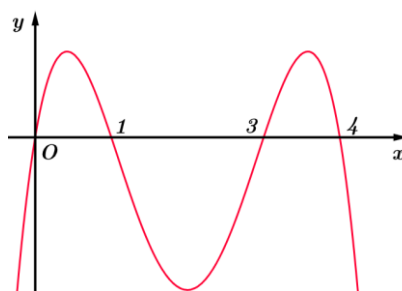
Câu 119: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2024$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng (5;6). Tổng tất cả các phần tử trong S bằng bao nhiêu?



Câu 120: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^3 - mx^2 - 9x + 9m|$ trên đoạn $[-2; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

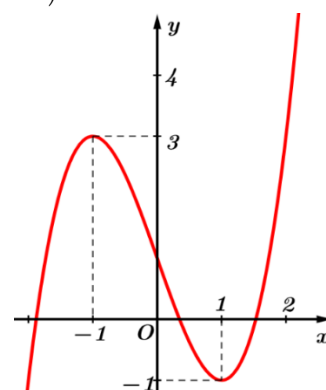
Câu 121: [MAP] Cho $f(x)$ là hàm đa thức và $f'\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



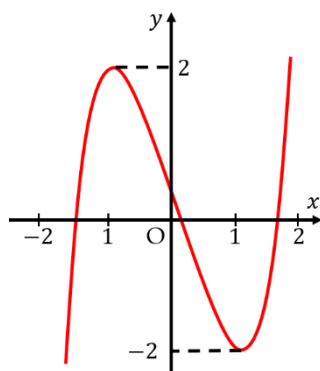
Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để hàm số $g(x) = f(\sqrt{2x-1} + m)$ có hai điểm cực trị?

Câu 122: [MAP] Cho số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như sau:

Trên khoảng $(-10; 10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên của m để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 1001$ có đúng một cực trị?



Câu 123: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

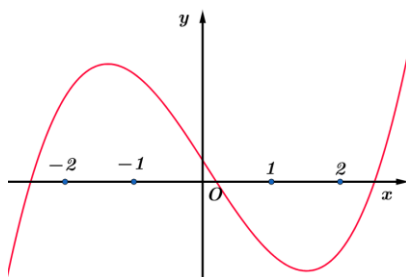
A. 3.

B. 7.

C. 9.

D. 5.

Câu 124: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y = f(\sin x)$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; 2\pi\right)$.



Câu 125: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 6m + 9(C)$. Số các giá trị của m để hàm số (C) có điểm cực đại tại x_1 , cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = x_2$ là

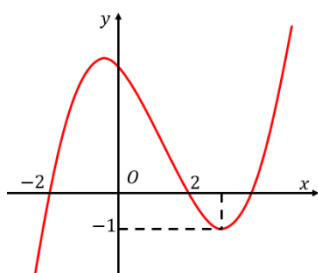
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 126: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là

A. 6.

B. 10.

C. 12.

D. 3.

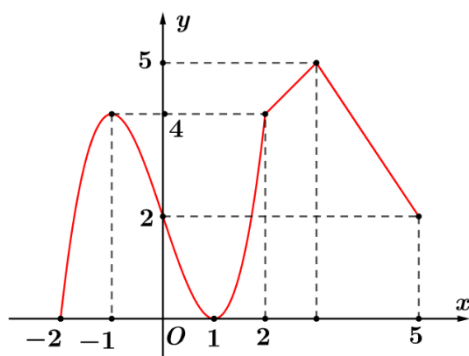
Câu 127: [MAP] Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5 \text{ cm}$, thành xung quanh cốc dày $0,2 \text{ cm}$ và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.)



- A. $75,66\pi \text{ cm}^3$ B. $80,16\pi \text{ cm}^3$ C. $85,66\pi \text{ cm}^3$ D. $70,16\pi \text{ cm}^3$.

Câu 128: [MAP] Trên $[-2; 5]$, hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(3\sin^2 x + 2)$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 7



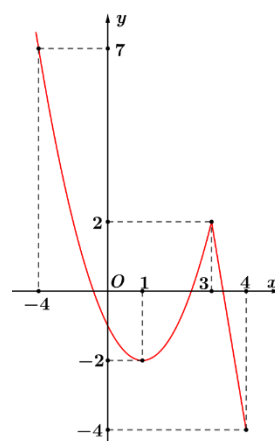
Câu 129: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$, chiều biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 130: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. 8. B. 20.
C. 53. D. 65.



Câu 131: [MAP] Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành là

- A. $m < 1$. B. $m < -2$. C. $m \leq 4$. D. $m < 0$.

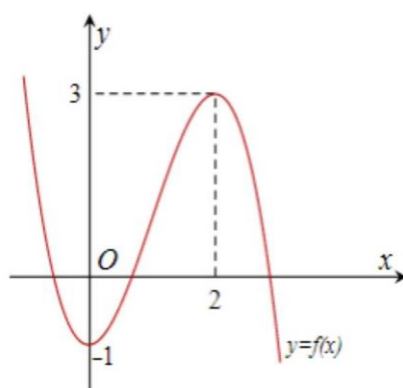
Câu 132: [MAP] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 2. B. -23. C. -22. D. -7.

Câu 133: [MAP] Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

- A. $m = 5$. B. $m = 3$. C. $m = \frac{17}{4}$. D. $m = 10$.

Câu 134: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 135: [MAP] Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

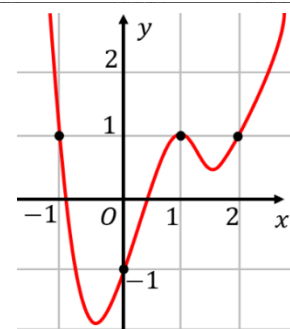
- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m \in \emptyset$. D. $m = 3$.

Câu 136: [MAP] Mỗi phòng học của trung tâm A chứa tối đa 200 em học sinh. Nếu một phòng học có x học sinh thì học phí cho mỗi học sinh là $\left(10 - \frac{x}{50}\right)^2$ (nghìn đồng). Mỗi phòng học có bao nhiêu học sinh để thu được tổng học phí cao nhất?

Câu 137: [MAP] Cho hai số thực x, y thỏa mãn $e^2 \cdot x - e^y = -\ln x + y - 2, (x > 0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y}{x}$ bằng

- A. e. B. $\frac{1}{e}$. C. $2 + \frac{1}{e}$. D. $2 - \frac{1}{e}$.

Câu 138: [MAP] Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



- A. $-f(1) + 2$. B. $-f(-1)$.
C. $-f(2) + 3$. D. $-f(3) + 4$.

Câu 139: [MAP] Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị bằng

- A. 120. B. 720. C. 0 D. -6.

Câu 140: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 141: [MAP] Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 142: [MAP] Có một giá trị của m_0 của tham số m để hàm số $y = x^2 + 3x + 2m - 3$ đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0^2 - 3m_0 < 0$. B. $m_0^2 - 3m_0 > 0$. C. $m_0^2 < 3$. D. $m_0^2 + 2m_0 > 10$.

Câu 143: [MAP] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 9}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. $6\sqrt{2}$. B. 2. C. $3\sqrt{6}$. D. 54.

Câu 144: [MAP] Cho hàm số $y = |x^4 - 2x^3 + x^2 + 2a|$. Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số a thỏa mãn $\min_{[-1; 2]} y + \max_{[-1; 2]} y = 10$. Giá trị của T bằng bao nhiêu?

Câu 145: [MAP] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x + \log_5 y \geq \log_5(x^2 + y^2)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x + y$ là $a\sqrt{b} + c$ trong đó a, b, c là các số tự nhiên và $a > 1$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 146: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 4x^2)(x^3 - 4x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1 - 2024x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 147: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $-10 < m < 10$ và hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 5

B. 4.

C. 6.

D. 1.

Câu 148: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	1	5	$-\infty$

Trên $\left(0; \frac{\pi}{8}\right)$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(f(2 \tan 2x))$ bằng bao nhiêu?

Câu 149: [MAP] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{x^2+6}}$ đồng biến trên $(1; 2)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 6.

B. 9.

C. 21.

D. 15.

Câu 150: [MAP] Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. 1.

Câu 151: [MAP] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2 x - 2 \log_2 x - 4 \sqrt{1 - \log_2 x}$ với $x \in (0; 2]$.

A. 3.

B. -2.

C. -1.

D. -4.

Câu 152: [MAP] Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < m \leq 2$.

B. $4 < m \leq 8$.

C. $2 < m \leq 4$.

D. $m > 8$.

Câu 153: [MAP] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[0; 4]$ đạt được tại

A. $x = \frac{5\sqrt{17}}{17}$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = \sqrt{2}$.

Câu 154: [MAP] Nếu hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$ có giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{2}$ thì giá trị của m là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 155: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho $|2x^3 - 3x^2 + m| \leq 16, \forall x \in [0; 3]$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -65.

B. -74.

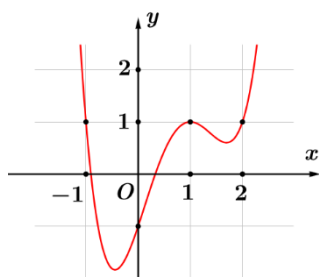
C. -42.

D. 87.

Câu 156: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 6. C. 1. D. 0.

Câu 157: [MAP] Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



- A. $-f(1) + 2$. B. $-f(-1)$. C. $-f(2) + 3$. D. $-f(3) + 4$.

Câu 158: [MAP] Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 4. D. 0.

Câu 159: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$-\infty$
x			+		-	
x			$+\infty$		0	

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

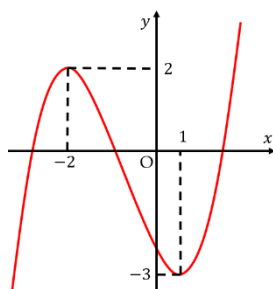
Câu 160: [MAP] Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 161: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2024 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 2m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 162: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = h(x) = \frac{6}{f^2(x) - 4}$.

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 163: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 - 2mx + 1}$. Tìm số các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 164: [MAP] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 + 4x - 5|$ trên đoạn $[-3; 0]$. Khi đó tổng $M + m$ là

- A. 5. B. 9. C. 14. D. 8.

Câu 165: [MAP] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x+2} \right|$ trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của biểu thức $2M - 3m$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. 0. D. 6.

Câu 166: [MAP] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |e^{3x} - 4e^{2x} + 4e^x - 10|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$

- A. 9. B. 6. C. 10. D. 5.

Câu 167: [MAP] Giả sử M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\cos 2x + 2\sin x - 3|$ trên $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$. Tính $M - 4m$.

- A. 6. B. 0. C. -2. D. 3.

Câu 168: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |x^2 - 3x + 2 + m|$ thỏa mãn $\min_{[-2; 2]} y = 5$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. $-\frac{47}{4}$. B. -10. C. $-\frac{31}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 169: [MAP] Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + 3m}{x + 3} \right|$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 5. Gọi T là tổng tất cả các phần tử của S . Tính T .

- A. $T = 4$. B. $T = -5$. C. $T = 1$. D. $T = -4$.

Câu 170: [MAP] Tính tổng tất cả các giá trị nguyên lớn hơn 6 của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 - (m+1)x + m|$ trên $[2; m-1]$ nhỏ hơn 2024.

- A. 2051304. B. 2051340. C. 3421020. D. 3412020.

Câu 171: [MAP] Nguyên hàm của $\int \frac{x}{x^2+1} dx$ là:

- A. $\ln|t|+C$, với $t=x^2+1$ B. $-\ln|t|+C$, với $t=x^2+1$.
C. $\frac{1}{2}\ln|t|+C$, với $t=x^2+1$. D. $-\frac{1}{2}\ln|t|+C$, với $t=x^2+1$.

Câu 172: [MAP] Kết quả nào dưới đây không phải là nguyên hàm của $\int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$?

- A. $3\cos x \cdot \sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos^2 x + C$. B. $\frac{3}{2}\sin 2x(\sin x - \cos x) + C$.
C. $3\sqrt{2}\sin 2x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C$. D. $3\sqrt{2}\sin x \cdot \cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Câu 173: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $\int \frac{\ln 2x}{x} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}t^2 + C$. B. $t^2 + C$. C. $2t^2 + C$. D. $4t^2 + C$.

Câu 174: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2+1} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}t^2 + C$. B. $\frac{1}{2}t + C$. C. $t^2 + C$. D. $t + C$.

Câu 175: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $I = \int \frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}} dx$ bằng:

- A. $\sin t + C$. B. $-t + C$. C. $-\cos t + C$. D. $t + C$.

Câu 176: [MAP] Theo phương pháp đổi biến số với $t = \cos x, u = \sin x$, nguyên hàm của $I = \int (\tan x + \cot x) dx$ là:

- A. $-\ln|t| + \ln|u| + C$. B. $\ln|t| - \ln|u| + C$. C. $\ln|t| + \ln|u| + C$. D. $-\ln|t| - \ln|u| + C$.

Câu 177: [MAP] Theo phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm của $I = \int \frac{2\sin x + 2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}} dx$ là:

- A. $2\sqrt[3]{t} + C$. B. $6\sqrt[3]{t} + C$. C. $3\sqrt[3]{t} + C$. D. $12\sqrt[3]{t} + C$.

Câu 178: [MAP] Nguyên hàm của $I = \int x \ln x dx$ bằng với:

- A. $\frac{x^2}{2} \ln x - \int x dx + C$. B. $\frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$. C. $x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$. D. $x^2 \ln x - \int x dx + C$.

Câu 179: [MAP] Nguyên hàm của $I = \int x \sin x dx$ bằng với:

- A. $x \cos x + \int \cos x dx + C$. B. $-x \cos x - \int \cos x dx + C$.
C. $-x \cos x + \int \cos x dx + C$. D. $x \cos x - \int \cos x dx + C$.

Câu 180: [MAP] Họ nguyên hàm của $I = \int e^x dx$ là:

- A. $2e^x + C$. B. e^x . C. $e^{2x} + C$. D. $e^x + C$.

Câu 181: [MAP] Họ nguyên hàm của $I = \int \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} dx$ là:

- A. $\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$. B. $-\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$.
C. $\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$. D. $-\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$.

Câu 182: [MAP] $\int (x^2 + 2x^3) dx$ có dạng $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ. Giá trị a bằng:

- A. 2. B. 1. C. 9. D. 32.

Câu 183: [MAP] $\int \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5}x^5 \right) dx$ có dạng $\frac{a}{12}x^4 + \frac{b}{6}x^6 + C$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ. Giá trị a bằng:

- A. 1. B. 12.
C. $\frac{36}{5}(1+\sqrt{3})$. D. Không tồn tại.

Câu 184: [MAP] Tính $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

- A. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$. B. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C$.
C. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$. D. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$.

Câu 185: [MAP] Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ thu được kết quả là:

- A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. B. $-2\sqrt{1-x} + C$. C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$. D. $\sqrt{1-x} + C$.

Câu 186: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$ là:

- A. $\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$. B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$.
C. $\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$. D. $-\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$.

Câu 187: [MAP] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$. C. $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. D. $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

Câu 188: [MAP] Nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ là:

- A. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$. B. $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$. C. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$. D. $\frac{1}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$.

Câu 189: [MAP] Tính $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4-1} dx$

- A. $F(x) = \ln|x^4-1| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{4}\ln|x^4-1| + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|x^4-1| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{3}\ln|x^4-1| + C$.

Câu 190: [MAP] Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$

- A. $-\frac{1}{3}\cos 3x$. B. $-3\cos 3x$. C. $3\cos 3x$. D. $\frac{1}{3}\cos 3x$.

Câu 191: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$. Khi đó:

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$.

B. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + 5\ln x^2 + C$.

Câu 192: [MAP] Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$.

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$.

Câu 193: [MAP] Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là:

A. $-\cos 2x + C$.

B. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $\cos 2x + C$.

D. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 194: [MAP] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện:

$f(x) = 2x - 3\cos x, F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$

A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$.

B. $F(x) = x^2 - 3\sin x - \frac{\pi^2}{4}$.

C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}$.

D. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 195: [MAP] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2}$ biết $F(1) = 0$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$.

Câu 196: [MAP] Tìm hàm số $F(x)$ biết rằng $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ và $F(-1) = 3$

A. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$.

B. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$.

C. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x + 3$.

D. $F(x) = x^4 + x^3 + 2x + 3$.

Câu 197: [MAP] Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1-e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là?

A. $e^x - x$.

B. $e^x - x + 2$.

C. $e^x - x + C$.

D. $e^x - x + 1$.

Câu 198: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x\sqrt{x^2+1}$ là:

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(x^2+1)^3} + C$.

B. $-2\sqrt{(x^2+1)^3} + C$.

C. $\sqrt{(x^2+1)^3} + C$.

D. $-\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3} + C$.

Câu 199: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\sqrt{x^2+1} + C$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$.

C. $2\sqrt{x^2+1} + C$.

D. $4\sqrt{x^2+1} + C$.

Câu 200: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x - 3}$ là:

A. $-\ln|\cos x - 3| + C$.

B. $2\ln|\cos x - 3| + C$.

C. $-\frac{\ln|\cos x - 3|}{2} + C$.

D. $4\ln|\cos x - 3| + C$.

200 BÀI TOÁN

ĐỊNH LƯỢNG

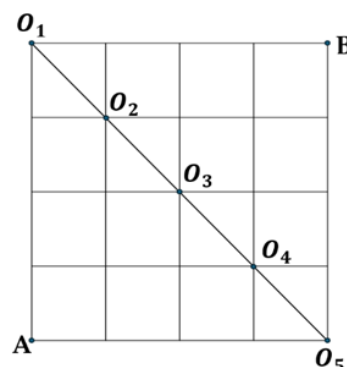
**CHUẨN CẤU TRÚC THEO
ĐỀ MINH HỌA CHÍNH THỨC HSA 2025**

ĐÁP ÁN CHI TIẾT



ĐỊNH VỊ TRI THỨC - DẪN LỐI TƯ DUY

Câu 1: [MAP] Cho một lưới ô vuông dạng 4×4 như hình vẽ. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển về vị trí A. Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể đi lên hoặc sang phải còn con kiến thứ hai chỉ có thể đi xuống hoặc sang trái. Hỏi có bao nhiêu khả năng để hai con kiến gặp nhau ở vị trí O_3 ?



Hướng dẫn

Tại điểm O_3 thì mỗi con đều có 6 khả năng tới

Vậy có tất cả $6^2 = 36$ khả năng để hai con kiến gặp nhau tại điểm O_3 .

Câu 2: [MAP] Trong một hộp có 15 bóng đèn, trong đó có 6 bóng đèn hỏng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 4 bóng đèn. Tính xác suất để lấy được 4 bóng tốt.

Hướng dẫn

Lấy cùng lúc 4 bóng đèn trong 15 bóng đèn có C_{15}^4 cách chọn, suy ra $n(\Omega) = C_{15}^4$;

Để lấy được 4 bóng tốt ta có C_9^4 cách chọn $\Rightarrow n(A) = C_9^4$;

$$\text{Vậy suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_9^4}{C_{15}^4} = \frac{6}{65}.$$

Câu 3: [MAP] Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1,2,3,4,...,9. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số lẻ.

Hướng dẫn

Chọn ngẫu nhiên 2 thẻ trong 9 thẻ nên $n(\Omega) = C_9^2$

Gọi A là biến cố chọn 2 thẻ mà tích 2 số là số lẻ;

Để hai thẻ có tích hai số là số lẻ thì hai thẻ đó đều là thẻ lẻ, ta có C_5^2 cách chọn hai thẻ l

$$\Rightarrow n(A) = C_5^2$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{18}.$$

Câu 4: [MAP] Cô giáo có một hộp chứa 15 lá thăm trong đó có 3 lá là được nhận 10 quyền vò. Nam được bốc 2 lần, tính xác suất Nam bốc 2 lần đều được lá thăm trúng 10 quyền vò.

Hướng dẫn

Số cách chọn 2 lá thăm từ 15 lá thăm là $C_{15}^1 \cdot C_{14}^1 = 210 \Rightarrow n(\Omega) = 210$

Gọi A là biến cố "Cả hai lá thăm đều trúng thưởng"

Số cách chọn lá thăm đầu tiên trúng thưởng là C_3^1 cách,

Số cách chọn lá thăm thứ hai trúng thưởng là C_2^1 cách,

$$\text{Suy ra } n(A) = C_3^1 \cdot C_2^1 = 6. \text{ Vậy } P(A) = \frac{6}{210} = \frac{1}{35}.$$

Câu 5: [MAP] Xếp ngẫu nhiên 8 người gồm 5 nam 3 nữ vào một cái ghế dài 8 chỗ ngồi. Tính xác suất để không có 2 nữ nào ngồi cạnh nhau.

Hướng dẫn

Xếp 8 người vào ghế có 8 chỗ ngồi có $8!$ cách, suy ra $n(\Omega) = 8!$.

Gọi A là biến cố "hai bạn nữ không ngồi cạnh nhau"

Ta xếp trước 5 bạn nam thành một hàng ngang có $5!$ cách xếp,

Khi đó giữa các bạn nam sẽ có 6 vị trí trống (tính cả hai đầu), ta xếp 3 bạn nữ vào 6 vị trí đó có C_6^3 cách sẽ thỏa mãn không có hai bạn nữ nào ngồi cạnh nhau.

Suy ra $n(A) = C_6^3 \cdot 5!$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3 \cdot 5!}{8!} = \frac{5}{84}.$$

Câu 6: [MAP] Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x^2 - 31x + 10 \leq 0\}$. Chọn ngẫu nhiên từ tập X ba số tự nhiên. Tính xác suất để ba số được chọn là ba số liên tiếp.

Hướng dẫn

Xét tập X, $3x^2 - 31x + 10 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 10$.

Do $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; \dots; 9; 10\}$

Chọn 3 số bất kì trong 10 số có $C_{10}^3 = 120$ cách, suy ra $n(\Omega) = 120$.

Gọi A là biến cố "Chọn được ba số liên tiếp"

Ta có 8 cách chọn 3 số liên tiếp thuộc tập X $\Rightarrow n(A) = 8$,

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}.$$

Câu 7: [MAP] Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

A. 310.

B. 105.

C. 231.

D. 126.

Hướng dẫn

Một tam giác được tạo thành khi ta chọn được 3 đỉnh không thẳng hàng từ 13 điểm phân biệt đã cho rồi nối lại với nhau. Ta xét hai trường hợp:

TH1: Tam giác có 1 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 2 đỉnh trên đường thẳng d_2 .

Trường hợp này có $C_6^1 \cdot C_7^2 = 126$

TH2: Tam giác có 2 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 1 đỉnh trên đường thẳng d_2 .

Trường hợp này có: $C_6^2 \cdot C_7^1 = 105$

Vậy theo quy tắc cộng có: $126 + 105 = 231$.

Câu 8: [MAP] Một nhóm học sinh đi dự hội nghị có 5 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn, mỗi học sinh ngồi một ghế. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{1}{126}$.

B. $\frac{1}{2880}$.

C. $\frac{7}{126}$.

D. $\frac{1}{14}$.

Hướng dẫn.

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $n(\Omega) = 9!$.

Gọi X là biến cố không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

Chọn một học sinh lớp 12A làm mốc và xếp vào một chỗ.

4 học sinh lớp 12A còn lại xếp vào 4 vị trí cách nhau một chỗ: có $4!$ cách.

Còn lại 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C xếp vào 5 chỗ trống: có $5!$ cách.

Suy ra có $4! \cdot 5! = 2880$ cách sắp xếp, hay $n(X) = 2880$.

Vậy xác suất cần tính là

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{2880}{9!} = \frac{1}{126}.$$

Câu 9: [MAP] Một giá sách có 2 ngăn, ngăn A có 3 quyển sách Toán và 4 quyển sách Văn, ngăn B chứa 4 quyển sách Toán và 6 quyển sách Văn. Lấy ngẫu nhiên một quyển sách từ ngăn B đặt vào ngăn A. Sau đó chọn ngẫu nhiên một quyển sách từ ngăn A. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách Văn.

A. $\frac{9}{20}$.

B. $\frac{23}{40}$.

C. $\frac{8}{17}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Hướng dẫn

Chọn B

TH1: Quyển sách lấy từ ngăn B là sách Toán: $P_{B-T} = \frac{4}{10}$, sau đó lấy từ ngăn A (sau khi đặt 1 quyển sách Toán vào) thì $P_{A-V} = \frac{4}{8}$. Theo quy tắc nhân xác suất $P_1 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{8}$.

TH2: Quyển sách lấy từ ngăn B là sách Văn: $P_{B-V} = \frac{6}{10}$, sau đó lấy từ ngăn A (sau khi đặt 1 quyển sách văn vào) thì $P_{A-V} = \frac{5}{8}$. Theo quy tắc nhân xác suất $P_2 = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{8}$.

Xác suất cần tìm $P = P_1 + P_2 = \frac{23}{40}$.

Câu 10: [MAP] Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất ghi bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ ghi bàn

- A. 0,42 B. 0,94 C. 0,234 D. 0,9

Hướng dẫn

Chọn B

Gọi A là biến cố cầu thủ thứ nhất làm bàn

B là biến cố cầu thủ thứ hai làm bàn

X là biến cố ít nhất 1 trong hai cầu thủ làm bàn

$$\text{Ta có: } X = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(X) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(B) \cdot P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(B) = 0,94$$

Câu 11: [MAP] Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A. 0,24 . B. 0,36 . C. 0,16 . D. 0,48 .

Hướng dẫn

Chọn D

$$\text{Ta có: } P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$$

$$\text{Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: } P = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}).$$

Vì biến cố $\bar{A}$ độc lập biến cố B và biến cố A độc lập biến cố $\bar{B}$ nên:

$$P = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,48$$

Câu 12: [MAP] Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, tính xác suất biến cố A : "2 viên bi cùng màu".

- A. $P(A) = \frac{4}{195}$ B. $P(A) = \frac{6}{195}$
C. $P(A) = \frac{4}{15}$ D. $P(A) = \frac{64}{195}$

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } |\Omega| = C_{40}^2$$

Gọi các biến cố:

$$D: \text{"Lấy được 2 bi viên đỏ"} \text{ ta có: } |D| = C_{20}^2 = 190;$$

$$X: \text{"Lấy được 2 bi viên xanh"} \text{ ta có: } |X| = C_{10}^2 = 45;$$

$$V: \text{"Lấy được 2 bi viên vàng"} \text{ ta có: } |V| = C_6^2 = 15;$$

$$T: \text{"Lấy được 2 bi màu trắng"} \text{ ta có: } |T| = C_4^2 = 6.$$

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Câu 13: [MAP] Có 3 chiếc hộp chứa bi. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ là:

- A. $\frac{17}{40}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{15}$

Hướng dẫn

Chọn A

Lấy ngẫu nhiên một hộp

Gọi A là biến cố lấy được hộp A

Gọi B là biến cố lấy được hộp B

Gọi C là biến cố lấy được hộp C

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

Gọi D là biến cố "Lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi đỏ" là $D = (D \cap A) \cup (D \cap B) \cup (D \cap C)$

Do đó:

$$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{17}{40}$$

Câu 14: [MAP] Một cấp số cộng có $u_5 = 12$ và $u_{12} = 26$ công sai của cấp số cộng này là

- A. 2 B. 6 C. 4 D. 20

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = 12 \\ u_{12} = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 12 \\ u_1 + 11d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án A

Câu 15: [MAP] Một cấp số cộng có $u_1 = -2, d = 3$. Tìm công thức tổng quát

- A. $u_n = -2 + (3n - 1)$ B. $u_n = -2 + 3(n + 1)$
C. $u_n = 3n - 5$ D. $u_n = 3n + 1$

Hướng dẫn

Chọn đáp án C

Câu 16: [MAP] Cho cấp số cộng 1, 5, 9, Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A. 297 B. 399 C. 295 D. 397

Hướng dẫn

$$\text{Số hạng thứ 100 là } u_{100} = u_1 + 99d = 1 + 99 \cdot 4 = 397.$$

Chọn đáp án D

Câu 17: [MAP] Tìm giá trị của x, y sao cho dãy số $-2, x, 4, y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. $x = 2, y = 8$. B. $x = 1, y = 7$. C. $x = 2, y = 10$. D. $x = -6, y = 2$.

Hướng dẫn

$$\text{Theo tính chất cấp số cộng, ta có: } -2 + 4 = 2x \Leftrightarrow x = 1 \text{ và } x + y = 8 \Rightarrow y = 7.$$

Chọn đáp án B

Câu 18: [MAP] Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng biết $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_7 = 1 \\ u_1 + u_6 = 16 \end{cases}$

A. $u_1 = \frac{171}{17}, d = -\frac{14}{17}$

B. $u_1 = -\frac{14}{17}, d = \frac{171}{17}$

C. $u_1 = 2, d = 3$

D. $u_1 = 3, d = 2$

Hướng dẫn

Ta có $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_7 = 1 \\ u_1 + u_6 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 4d - u_1 - 6d = 1 \\ u_1 + u_1 + 5d = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - d = 1 \\ 2u_1 + 5d = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases}$

Chọn đáp án D

Câu 19: [MAP] Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 giờ thì sau mỗi giờ số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi đến 12 giờ trưa đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

A. 300

B. 156

C. 78

D. 48

Hướng dẫn

Ta thấy số tiếng chuông được đánh sau mỗi giờ lần lượt tạo thành một dãy số từ 0 tới 12. Vậy tổng số tiếng chuông là $0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 12 = 78$.

Chọn đáp án C

Câu 20: [MAP] Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là

A. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$

B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$

C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Gọi độ dài ba cạnh lần lượt là $a; b; c$

Theo tính chất của cấp số cộng và đề bài ta có $\begin{cases} a + b + c = 3 \\ a^2 + b^2 = c^2 \\ 2b = a + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c^2 - a^2 = 1 \\ a + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c - a = \frac{1}{2} \\ c + a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 1 \\ c = \frac{5}{4} \end{cases}$

Chọn đáp án A

Câu 21: [MAP] Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) biết số hạng tổng quát $u_n = 2^{3n}$.

A. $q = 8$.

B. $q = 2$.

C. $q = 3$.

D. $q = 6$.

Hướng dẫn

Ta có $u_n = 2^{3n} = 8^n = 8 \cdot 8^{n-1} \Rightarrow q = 8$.

Chọn đáp án A

Câu 22: [MAP] Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 3$ và $a_2 = -6$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

A. $a_5 = -24$.

B. $a_5 = 48$.

C. $a_5 = -48$.

D. $a_5 = 24$.

Hướng dẫn

Ta có công bội của cấp số nhân là $q = \frac{a_2}{a_1} = -2$.

Suy ra $a_5 = a_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 48$.

Chọn đáp án B

Câu 23: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_5 = 15$, và $u_8 = -1875$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q = 3$

B. $q = -3$

C. $q = -5$

D. $q = 5$

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = 15 \\ u_8 = -1875 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 15 \\ u_1 \cdot q^7 = -1875 \end{cases} \Rightarrow q^3 = -125 \Leftrightarrow q = -5$$

Chọn đáp án C

Câu 24: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_9 = 27u_6 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases}$. Tính công bội q của cấp số nhân (u_n)

A. $q = 3$.

B. $q = -3$.

C. $q = 2$.

D. $q = -2$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_9 = 27u_6 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^9 = 27u_1 \cdot q^5 \\ u_1(1 + q^2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án A

Câu 25: [MAP] Cho cấp số nhân (u_n) : $u_1 = 9; q = \frac{1}{3}$. Hỏi $\frac{1}{729}$ là số hạng thứ mấy?

A. 12.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Hướng dẫn

$$\text{Giả sử } \frac{1}{729} \text{ là số hạng thứ } k \text{ ta có } \frac{1}{729} = u_1 \cdot q^{k-1} = 9 \cdot \frac{1}{3}^{k-1} \Leftrightarrow k = 9$$

Chọn đáp án B

Câu 26: [MAP] Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu của số hạng thứ năm và số hạng thứ tư là 576, hiệu của số hạng thứ hai và số hạng đầu tiên là 9. Tìm tổng S_5 của 5 số hạng đầu của cấp số nhân này.

A. $S_3 = 255$.

B. $S_3 = 123$.

C. $S_3 = 1023$.

D. $S_3 = 63$.

Hướng dẫn

$$\text{Theo đề bài ta có } \begin{cases} u_5 - u_4 = 576 \\ u_2 - u_1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 (q - 1) = 576 \\ u_1 (q - 1) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = 3.$$

$$\text{Suy ra } S_5 = u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 1023.$$

Chọn đáp án B

Câu 27: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 10, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 50 của dãy số.

A. $u_n = 4.3^n - 5.$

B. $u_n = 4.3^{n-1} + 5.$

C. $u_n = 4.3^{n-1}.$

D. $u_n = 4.3^{n-1} - 5.$

Hướng dẫn

Đặt $u_n = v_n - 5 \Rightarrow v_{n+1} - 5 = 3(v_n - 5) + 10 \Leftrightarrow v_{n+1} = 3v_n$

Ta có $v_1 = u_1 + 5 = 4$ và (v_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 3

Suy ra $v_n = 4.3^{n-1}$, từ đó ta được $u_n = 4.3^{n-1} - 5$

Chọn đáp án D

Câu 28: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n - 5, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 15 của dãy số.

A. $-65534.$

B. $65531.$

C. $-65531.$

D. $-65533.$

Hướng dẫn

Đặt $u_n = v_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} + 5 = 2(v_n + 5) - 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 2v_n$

Ta có $v_1 = u_1 + 5 = 6$ và (v_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 2

Suy ra $v_n = 6.2^{n-1}$, từ đó ta được $u_n = 6.2^{n-1} + 5$

Chọn đáp án C

Câu 29: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tính tỉ số $\frac{u_{50}}{u_{100}}$?

A. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{4}.$

B. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{2}.$

C. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{3}.$

D. $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{1}{100}.$

Hướng dẫn

Từ đề bài ta có

$$u_1 = 1$$

$$u_2 - u_1 = 2.1 + 1$$

$$u_3 - u_2 = 2.2 + 1$$

$$u_4 - u_3 = 2.3 + 1$$

...

$$u_n - u_{n-1} = 2(n-1) + 1$$

Cộng các đẳng thức theo vế ta được

$$u_n - u_1 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) + n - 1 \Leftrightarrow u_n = 2 \frac{n(n-1)}{2} + n = n^2$$

Suy ra tỉ số $\frac{u_{50}}{u_{100}} = \frac{50^2}{100^2} = \frac{1}{4}$

Chọn đáp án A

Câu 30: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3n + 5, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 120 của dãy số

- A. $u_{120} = 2^{120}$. B. $u_{120} = 2^{120} + 358$. C. $u_{120} = 2^{120} + 360$. D. $u_{120} = 2^{120} + 240$.

Hướng dẫn

Đặt $u_n = v_n + 3n - 2 \Rightarrow v_{n+1} + 3n + 3 - 2 = 2(v_n + 3n - 2) - 3n + 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 2v_n$

Ta có $v_1 = u_1 - 3 \cdot 1 + 2 = 2$ và (v_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 2

Suy ra $v_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$, từ đó ta được $u_n = 2^n + 3n - 2$

Suy ra số hạng thứ 120 là $u_{120} = 2^{120} + 358$

Chọn đáp án B

Câu 31: [MAP] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n + 4n + 11, \forall n \geq 1. \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số

- A. $u_n = 6 \cdot 5^{n-1} - n$. B. $u_n = 6 \cdot 5^n - n - 3$. C. $u_n = 6 \cdot 5^{n-1} - n - 3$. D. $u_n = 6 \cdot 5^{n-1} + n + 3$.

Hướng dẫn

Đặt $u_n = v_n - n - 3 \Rightarrow v_{n+1} - n - 1 - 3 = 5(v_n - n - 3) + 4n + 11 \Leftrightarrow v_{n+1} = 5v_n$

Ta có $v_1 = u_1 + 1 + 3 = 6$ và (v_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 5

Suy ra $v_n = 6 \cdot 5^{n-1}$, từ đó ta được $u_n = 6 \cdot 5^{n-1} - n - 3$

Chọn đáp án C

Câu 32: [MAP] Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 36 và tổng các bình phương của chúng là 450.

Hướng dẫn

Gọi ba số hạng đó lần lượt là $x - d; x; x + d$ với d là công sai của cấp số cộng.

Theo đề bài ta có $\begin{cases} (x-d) + x + (x+d) = 36 \\ (x-d)^2 + x^2 + (x+d)^2 = 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ 3x^2 + 2d^2 = 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng đó là 9; 12; 15.

Câu 33: [MAP] Cho hai cấp số cộng hữu hạn $(a_n): 2; 5; 8; 11; \dots; a_{1000}$ và $(b_n): -1; 6; 13; 20; \dots; b_{1000}$. Hỏi có bao nhiêu số hạng xuất hiện ở cả hai cấp số cộng trên.

Hướng dẫn

Dãy số (a_n) có $a_1 = 2; d_1 = 3$ suy ra số hạng thứ m của dãy số là $a_m = 2 + (m-1) \cdot 3$

Tương tự dãy số (b_n) có $b_1 = -1; d_2 = 7$ suy ra số hạng thứ n của dãy số là $b_n = -1 + (n-1) \cdot 7$

Ta có $a_m = b_n \Leftrightarrow 2 + (m-1) \cdot 3 = -1 + (n-1) \cdot 7 \Leftrightarrow 3m = 7(n-1) \Rightarrow m:7 \Leftrightarrow m = 7k, k \in \mathbb{N}^*$

Do $1 \leq m \leq 1000 \Leftrightarrow 1 \leq 7k \leq 1000 \Leftrightarrow \frac{1}{7} \leq k \leq \frac{1000}{7} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; \dots; 142\}$

Vậy có 142 số hạng xuất hiện ở cả hai cấp số cộng trên.

Câu 34: [MAP] Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Giả sử trong khoảng thời gian gửi người gửi không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, hỏi sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được gần với là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

Hướng dẫn

Đặt $M_0 = 10^8$ (đồng) và $r = 7\% = 0,07$.

Gọi M_n là số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được sau n năm.

Theo giả thiết, ta có $M_{n+1} = M_n + M_n \cdot r = M_n(1+r), \forall n \geq 1$.

Do đó dãy số (M_n) là cấp số nhân với số hạng đầu M_0 và công bội $q = 1+r$. Suy ra

$$M_n = M_0(1+r)^n.$$

Vì vậy, sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được là

$$M_{10} = M_0(1+r)^{10} = 10^8 \cdot (1,07)^{10} \approx 196715000.$$

Câu 35: [MAP] Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người muốn kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này để khoan một giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan số tiền bằng bao nhiêu?



Đáp án:.....

Hướng dẫn

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , với $1 \leq n \leq 20$.

Theo giả thiết ta có: $u_1 = 100000$ và $u_{n+1} = u_n + 30000$ với $1 \leq n \leq 9$.

Khi đó (u_n) là 1 CSC có: $u_1 = 100000$ và công sai $d = 30000$.

Vậy tổng số tiền gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = \frac{(2u_1 + 19d) \cdot 20}{2} = \frac{(2 \cdot 100000 + 19 \cdot 30000) \cdot 20}{2} = 7700000 \text{ (đồng)}$$

Câu 36: [MAP] Với $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ thì $f'(0)$ bằng

Đáp án:.....

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2} \Rightarrow f'(0) = -3.$$

Chọn đáp án A

Câu 37: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$. Giá trị của $y'(1)$ bằng:

Đáp án:.....

Hướng dẫn

$$\text{Ta có : } y' = \frac{\sqrt{x} - (x+1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 0.$$

Chọn đáp án C

Câu 38: [MAP] Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$. Tính $f'(-1)$.

Đáp án:.....

Hướng dẫn

Bước đầu tiên tính đạo hàm sử dụng công thức $\left(\frac{1}{x^a}\right)' = (x^{-a})' = -a \cdot x^{-a-1} = \frac{-a}{x^{a+1}}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4} \Rightarrow f'(-1) = -1 + 4 - 9 = -6.$$

Câu 39: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x+1}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $-1 - \frac{1}{(x+1)^2}.$

B. $1 + \frac{1}{(x+1)^2}.$

C. $-1 + \frac{1}{(x+1)^2}.$

D. $1 - \frac{1}{(x+1)^2}.$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(-x^2 + 2x + 2)'(x+1) - (-x^2 + 2x + 2)(x+1)'}{(x+1)^2} \\ &= \frac{(-2x + 2)(x+1) - (-x^2 + 2x + 2) \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^2} = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C

Câu 40: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)}$

A. $y' = \frac{x-1}{2(x^2-2x)}.$

B. $y' = \frac{-4x+4}{(x^2-2x)\ln^4(x^2-2x)}.$

C. $y' = \frac{4-4x}{(x^2-2x)\ln^3(x^2-2x)}.$

D. $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)^2}.$

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{f^2(x)} \Rightarrow y' = \frac{2f'(x)}{f^3(x)} = \frac{-2[\ln(x^2-2x)]'}{\ln^3(x^2-2x)} = \frac{4-4x}{(x^2-2x)\ln^3(x^2-2x)}.$$

Chọn đáp án C

Câu 41: [MAP] Cho $f(x) = 2 \cdot 3^{\log_{81} x} + 3$. Tính $f'(1)$

Đáp án:.....

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } f'(x) = (2 \cdot 3^{\log_{81} x} + 3)' = 2(\log_{81} x)' 3^{\log_{81} x} \ln 3 = \frac{2 \cdot 3^{\log_{81} x} \ln 3}{x \ln 81} = \frac{3^{\log_{81} x}}{2x}.$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{3^{\log_{81} 1}}{2} = \frac{1}{2}$$

Câu 42: [MAP] Cho hàm $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$.

B. $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$.

C. $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$.

D. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

Hướng dẫn

Ta có

$$y' = (x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)])' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) + x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]'$$

$$= \cos(\ln x) + \sin(\ln x) + x\left[-\frac{1}{x}\sin(\ln x) + \frac{1}{x}\cos(\ln x)\right]$$

$$= \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x)$$

$$\Rightarrow y'' = -2\frac{1}{x}\sin(\ln x)$$

$$\text{Suy ra } x^2 y'' - xy' + 2y = -2x\sin(\ln x) - 2x\cos(\ln x) + 2x\cos(\ln x) + 2x\sin(\ln x) = 0$$

Câu 43: [MAP] Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - x + 3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại điểm mà (P) cắt trục tung là:

A. $y = -x + 3$.

B. $y = -x - 3$.

C. $y = 4x - 1$.

D. $y = 11x + 3$.

Hướng dẫn

Ta có : (P) cắt trục tung tại điểm $M(0;3)$. Đạo hàm $y' = 4x - 1$

Hệ số góc tiếp tuyến : $y'(0) = -1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (P) tại $M(0;3)$ là $y = -1(x-0) + 3 = -x + 3$.

Chọn đáp án B

Câu 44: [MAP] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

A. $y = 10x + 4$.

B. $y = 10x - 5$.

C. $y = 2x - 4$.

D. $y = 2x - 5$.

Hướng dẫn

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 4x + 3$.

Ta có $y'(-1) = 10$; $y(-1) = -6$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $(d): y = 10(x+1) - 6 = 10x + 4$. **Chọn đáp án C**

Câu 45: [MAP] Cho đường cong $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong. Điểm M nào sau đây có tiếp tuyến tại điểm đó song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$?

- A. $M\left(\frac{5\pi}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; -1\right)$. C. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 1\right)$. D. $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 0\right)$.

Hướng dẫn

Hai đường thẳng song song nếu hệ số góc bằng nhau.

Tiếp tuyến của đường cong có hệ số góc: $y'(x_M) = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right)$

Hệ số góc của đường thẳng $k = \frac{1}{2}$

Ta có $-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x_M = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi$

Chọn đáp án B

Câu 46: [MAP] Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$. Trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A. 0 m/s^2 . B. 6 m/s^2 . C. 24 m/s^2 . D. 12 m/s^2 .

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $v(t) = S'(t) = 3t^2 + 6t - 9$; $a(t) = v'(t) = 6t + 6$.

Tại thời điểm vận tốc triệt tiêu, suy ra $3t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3(l) \end{cases}$

Với $t = 1 \Rightarrow a(1) = 12 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Câu 47: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \sin^3 x + x^2$. Giá trị $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. -1. C. -2. D. 5.

Hướng dẫn

Vì $f'(x) = 3\sin^2 x \cos x + 2x$; $f''(x) = 6\sin x \cos^2 x - 3\sin^3 x + 2 \Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$. **Chọn đáp án B**

Câu 48: [MAP] Hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có bao nhiêu nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

Đáp án:.....

Hướng dẫn

Ta có: $y' = -2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. $y'' = -4\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. $y''' = 8\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. $y^{(4)} = 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

$$\text{Khi đó: } f^{(4)}(x) = -8 \Leftrightarrow 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -8 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \xrightarrow{x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]} x = \frac{\pi}{2}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 49: [MAP] Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức

$P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$. (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

Đáp án:.....

Hướng dẫn

Tốc độ tăng trưởng dân số là:

$$P'(t) = \frac{(500t)'(t^2 + 9) - 500t(t^2 + 9)'}{(t^2 + 9)^2} = \frac{500 \cdot (t^2 + 9) - 500t \cdot 2t}{(t^2 + 9)^2} = \frac{4500 - 500t^2}{(t^2 + 9)^2}$$

$$\text{Khi } t = 12 \text{ thì } P'(12) = \frac{4500 - 500 \cdot 12^2}{(12^2 + 9)^2} = -2,88$$

Câu 50: [MAP] Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi công thức

$s(t) = 10 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Trong 30 phút đầu

hoạt động thì hạt đạt tốc độ cực đại bao nhiêu lần?

Đáp án:.....

Hướng dẫn

$$\text{Vận tốc của hạt sau } t \text{ giây là: } v(t) = s'(t) = 4\pi\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right).$$

Tốc độ cực đại của hạt là: $v_{\max} = 4\pi\sqrt{2} \approx 17,8 \text{ m/s}$, đạt được khi:

$$\left| \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \right| = 1 \text{ hay } t = \frac{5}{24} + \frac{k}{4}, k \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Trong } 30 \text{p} = 1800 \text{s, ta có } 0 \leq t \leq 1800 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{5}{24} + \frac{t}{4} \leq 1800 \Leftrightarrow -\frac{5}{6} \leq t \leq 7199,16 \Leftrightarrow t \in [0; 7199].$$

Vậy có 7200 lần mà hạt đạt tốc độ cực đại.

Câu 51: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án B.

Câu 52: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				4			$+\infty$
			-1			-1		

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 53: [MAP] Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Chọn đáp án D.

Câu 54: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án C.

Câu 55: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hướng dẫn

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án D.

Câu 56: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Hướng dẫn

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án D.

Câu 57: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án D.

Câu 58: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án C.

Câu 59: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$		4	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

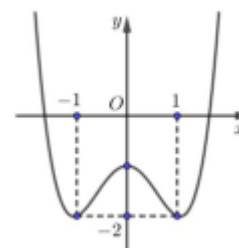
Hướng dẫn

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án B.

Câu 60: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



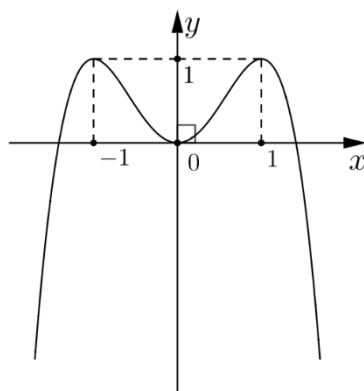
- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$.
 C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn

Ta có: đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án A.

Câu 61: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

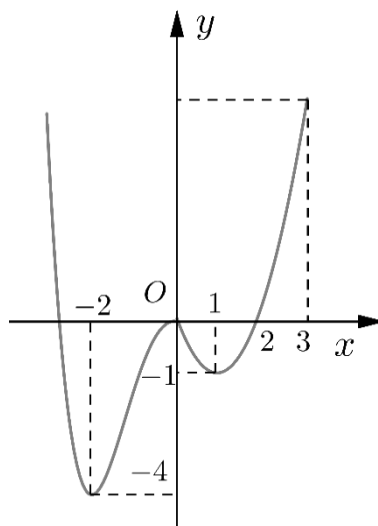
Hướng dẫn

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án A.

Câu 62: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 3)$.

Hướng dẫn

Từ đồ thị hàm số ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án C.

Câu 63: [MAP] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x^4 + 3x^2$.

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Hướng dẫn

Hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án C.

Câu 64: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án C.

Câu 65: [MAP] Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

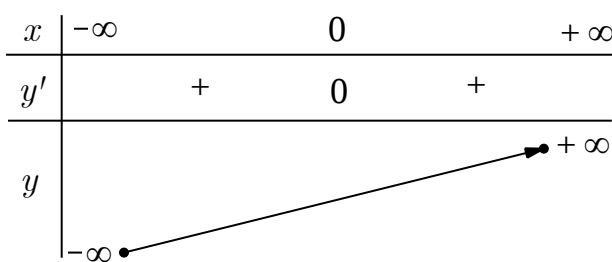
B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$



Chọn đáp án C.

Câu 66: [MAP] Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

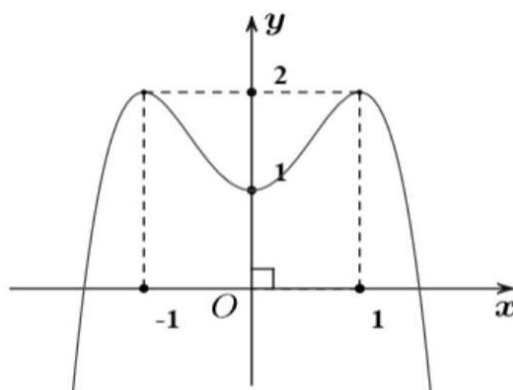
Hướng dẫn

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}} > 0, \forall x \in (5; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Chọn đáp án A.

Câu 67: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là



A. 2.

B. 4.

C. 1.

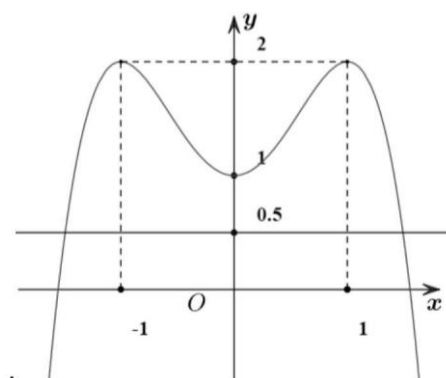
D. 3.

Hướng dẫn

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ chính là số giao

điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{1}{2}$

Dựa vào hình trên ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ có 2 giao điểm.



Vậy phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ có hai nghiệm. **Chọn đáp án A**

Câu 68: [MAP] Gọi P là số giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$. Tìm P .

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = 1$.

D. $P = 3$.

Hướng dẫn

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$:

$$x^3 - x^2 + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow y = 1.$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 5.$$

Nên hai đồ thị trên có hai giao điểm là $(0; 1)$ và $(2; 5)$.

Vậy $P = 2$. **Chọn đáp án B.**

Câu 69: [MAP] Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy số giao điểm của (C) và trục hoành là 3.

Chọn đáp án B.

Câu 70: [MAP] Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \frac{x-1}{x-3}$.

B. $y = \frac{x+1}{x+4}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+5}$.

Hướng dẫn

Trục tung có phương trình $x = 0$, ta thay $x = 0$ lần lượt vào các phương án thì chỉ có phương án C cho ta $y = -\frac{1}{2} < 0$. **Chọn đáp án C.**

Câu 71: [MAP] Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án C

Câu 72: [MAP] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn

Ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

$$y = -x^3 + 3x^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-				
y	$+\infty$			-1			3			$-\infty$

Vậy đáp án A là **đúng** nhất.

Chọn đáp án A

Câu 73: [MAP] Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn

Ta có $y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} > 0 \Leftrightarrow x < 0$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 74: [MAP] Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

$$y' = \frac{-11}{(x+3)^2} < 0, \text{ với } x \in D.$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$. **Chọn đáp án C**

Câu 75: [MAP] Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Hướng dẫn

Ta có $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x - 4 = -2x^2 - (x-2)^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án C

Câu 76: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hướng dẫn

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án D.

Câu 77: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 4)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } y' = x^2 - x - 12. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$. **Chọn đáp án B**

Câu 78: [MAP] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Hướng dẫn

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		0		-1		$+\infty$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án A

Câu 79: [MAP] Hàm số $y = x^4 - 4x^2$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 4x^3 - 12x^2$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 80: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 3)$.

Chọn đáp án C

Câu 81: [MAP] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{3})$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

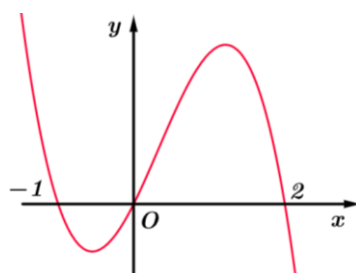
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			$\frac{31}{27}$		1	$+\infty$
	$-\infty$					

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$.

Chọn đáp án D

Câu 82: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ.



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Hướng dẫn

$$\text{Đặt } 3 - 2t = x \Rightarrow t = \frac{3-x}{2}.$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 0 \\ t > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < \frac{3-x}{2} < 0 \\ \frac{3-x}{2} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 5 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; 5)$.

Câu 83: [MAP] Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1 = f(x)$. Xác định số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$.

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 7.

Hướng dẫn

Chọn D

Ta có: $y' = 8x^3 - 8x$. Do đó: $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

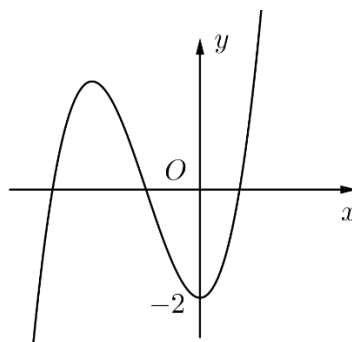
Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 -1

Từ đây dễ dàng suy ra hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 84: [MAP] Đường cong bên dưới là của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + x^2 - 2$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

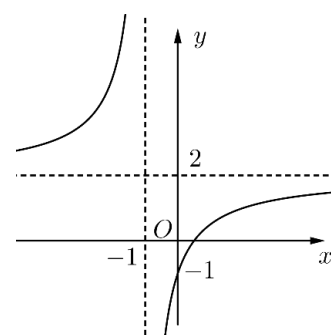
D. $y = -x^3 - 3x - 2$.

Hướng dẫn

Dựa vào hình dáng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên loại đáp án A và D. Mặt khác, đồ thị đi qua điểm $(0; -2)$ nên loại đáp án C.

Chọn đáp án B.

Câu 85: [MAP] Đường cong trong hình vẽ là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

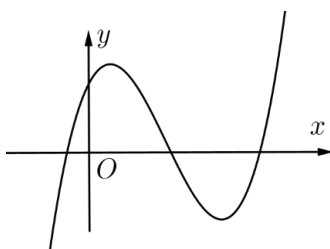
Hướng dẫn

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ nên loại đáp án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$ nên loại đáp án B và D.

Chọn đáp án A

Câu 86: [MAP] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Hướng dẫn

Nhìn vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số đi từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên $a > 0$.

Giao điểm với trục tung ở tung độ dương nên $d > 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị dương nên tổng và tích hai điểm cực trị đều dương.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ nên tổng và tích hai điểm cực trị lần lượt là $-\frac{2b}{3a}$ và $\frac{c}{3a}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án D

Câu 87: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{3x^2}, \forall x \neq 0$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ và $f'(x)$ không xác định tại $x = 0$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu trên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 88: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$+\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1 - 2x) + 1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

C. $(1; +\infty)$

D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

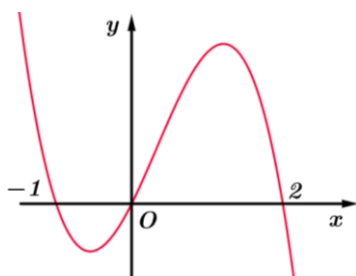
Hướng dẫn

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-2x < 0 \\ 1 < 1-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ và $(-\infty; 0)$.

Câu 89: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ.



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(0; 2)$.

Hướng dẫn

Đặt $3-2t = x \Rightarrow t = \frac{3-x}{2}$.

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 0 \\ t > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < \frac{3-x}{2} < 0 \\ \frac{3-x}{2} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 5 \\ x < -1 \end{cases}$.

Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; 5)$.

Câu 90: [MAP] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Hướng dẫn

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m - 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ thì

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m + m^2 - m - 1 = 0 \\ 1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Thử lại, $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 91: [MAP] Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có cực đại - cực tiểu thì tham số m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m > 0$.

Hướng dẫn

Điều kiện: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{x^2 - 2x - m + 1}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 = 0 \quad (1)$$

Theo yêu cầu bài toán: (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{cases} 1 + m - 1 > 0 \\ 1 - 2 - m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

Câu 92: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m - 1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số trên nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Hướng dẫn

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m - 1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

$$\Leftrightarrow y' = x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m - 2 \leq 0 \quad \forall x \in (1; 2).$$

Giải bất phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m - 2 \leq 0$

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2) = 9 > 0 \text{ với mọi } m.$$

Suy ra tập nghiệm $S = [m - 2; m - 1]$.

$$\text{Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với } (1; 2) \subset [m - 2; m - 1] \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \leq 1 \\ m - 1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m cần tìm.

Câu 93: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Hướng dẫn

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta kết luận: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án C

Câu 94: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m-1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$?

Hướng dẫn

Hàm số trên nghịch biến trên khoảng $(0;2) \Leftrightarrow y' = x^2 - (2m-1)x + m^2 - m - 2 \leq 0, \forall x \in (0;2)$.

$$\Leftrightarrow (x-m+2)(x-m-1) \leq 0, \forall x \in (0;2)$$

$$\Leftrightarrow (0;2) \subset (m-2, m+1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m+1 \geq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 95: [MAP] Tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0 là

A. $m = -1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = 0$.

Hướng dẫn

$$y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + m.$$

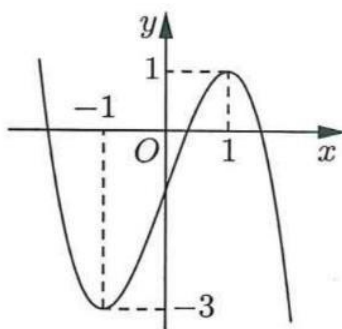
$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 - 6x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = -2 \notin [-1;1] \end{cases}$$

- $f(-1) = m - 2;$
- $f(0) = m;$
- $f(1) = m - 4.$

$$\text{Ta thấy } \min_{[-1;1]} \{f(-1); f(0); f(1)\} = m - 4$$

$$\text{Suy ra yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 96: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

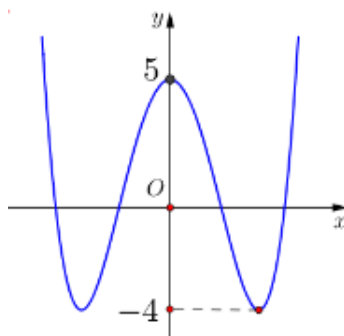
Hướng dẫn

Phương trình có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Do m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên m

Chọn đáp án C

Câu 97: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 16.

C. 17.

D. 8

Hướng dẫn

Ta có $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$.

Dựa vào đồ thị, phương trình trên có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -4 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow -8 < m < 10$.

Suy ra, các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-7; -6; \dots; -1; 0; 1; \dots; 9$.

Có tất cả 17 số m thỏa mãn. **Chọn đáp án C**

Câu 98: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn

Chọn đáp án C

Ta có $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		1		0		$+\infty$

$y = \frac{2}{3}$

Căn cứ vào bảng biến thiên thì phương trình $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 99: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		3		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn

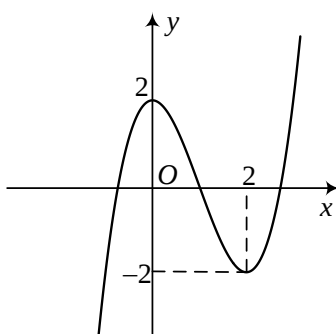
Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị

Chọn đáp án C

Câu 100: [MAP] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Hướng dẫn

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3} \quad (*)$

$(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $(*)$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án D

Câu 101: [MAP] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$y(x)$			3		$+\infty$	
	$-\infty$			-1		

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án A

Câu 102: [MAP] Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ x_I của trung điểm I của đoạn MN bằng bao nhiêu?

A. $x_I = 2$

B. $x_I = 1$

C. $x_I = -5$

D. $x_I = -\frac{5}{2}$

Hướng dẫn

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x + 4}{x - 1} = x + 1 (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 \quad (*)$

Khi đó $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1$.

Chú ý: có thể giải $(*)$, tìm được $x_M = 1 + \sqrt{6}, x_N = 1 - \sqrt{6} \Rightarrow x_I = 1$

Chọn đáp án B

Câu 103: [MAP] Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$ và đường thẳng $y = x$

A. 3

B. 0

C. 2

D. 1

Hướng dẫn

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x \Leftrightarrow \sqrt{x^4 - 4} = x - 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x^4 - 4 = (x - 5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x^4 - x^2 + 10x - 29 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Do $x \geq 5$ nên $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) > 0$ và $10x - 29 > 0$. Vì vậy (*) vô nghiệm

Như vậy phương trình $\sqrt{x^4 - 4} + 5 = x$ vô nghiệm hay đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^4 - 4} + 5$ và đường thẳng $y = x$ không có giao điểm nào.

Câu 104: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m - 2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1.

A. 8

B. 7

C. 5

D. 3

Hướng dẫn

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 4x^3 + (m - 2)x^2 + 8x + 4 = 0 \quad (*)$

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m - 2)x^2 + 8x + 4$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1 $\Leftrightarrow (*)$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

$$(*) \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 8x + 4 = (2 - m)x^2 \Leftrightarrow 2 - m = x^2 - 4x + \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2}$$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của (C): $y = x^2 - 4x + \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2} \quad (x > 1)$ với đường thẳng $y = 2 - m$ song song với trục hoành.

Xét hàm số $y = x^2 - 4x + \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2} \quad (x > 1)$ có $y' = 2x - 4 - \frac{8}{x^2} - \frac{8}{x^3} = \frac{2x^4 - 4x^3 - 8x - 8}{x^3}$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \quad (L) \\ x = 1 + \sqrt{3} \quad (t/m) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	9		$+\infty$
		0	

$y = 2 - m$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, $y_{cbt} \Leftrightarrow 0 < 2 - m < 9 \Leftrightarrow -7 < m < 2$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-6, -5, \dots, 1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa bài toán. **Chọn đáp án A**

Câu 105: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2022		$-\infty$

$+\infty \searrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \quad \searrow$
 $\quad \quad \quad -2022 \quad \quad \quad$

Số nghiệm của phương trình $|f(x+2021) - 2022| = 2023$ là

A. 4

B. 6

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Ta có :

$$|f(x+2021) - 2022| = 2023 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x+2021) - 2022 = -2023 \\ f(x+2021) - 2022 = 2023 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x+2021) = -1 \\ f(x+2021) = 4045 \end{cases}.$$

Từ bảng biến thiên suy ra:

+) Phương trình: $f(x+2021) = -1$ có 3 nghiệm.

+) Phương trình: $f(x+2021) = 4045$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án A

Câu 106: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$-\infty$				2				$+\infty$

$-\infty \searrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \quad \searrow$
 $\quad \quad \quad -2 \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad -3 \quad \quad \quad$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

A. 25.

B. 30.

C. 29.

D. 24.

Hướng dẫn

Ta đặt: $g(x) = f(x^2 - 4x)$.

$$g'(x) = (2x - 4)f'(x^2 - 4x) = 2(x - 2)(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 2)(x^2 - 4x) \quad (\text{dựa vào bảng biến thiên})$$

$$= 2(x - 2)^3(x^2 - 4x + 2)x(x - 4).$$

Mặt khác:

- $g(0) = f(0) = -3;$
- $g(2 - \sqrt{2}) = g(2 + \sqrt{2}) = f(-2) = 2;$
- $g(2) = f(-4) = -2;$

• $g(4) = f(0) = -3$.

Ta có bảng biến thiên:

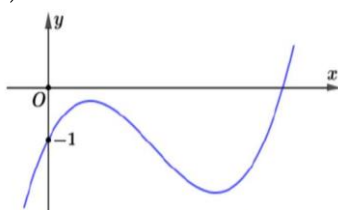
x	0	$2 - \sqrt{2}$	2	$2 + \sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+	+
y	-3	2	-2	2	-3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán tương đương $-3 < \frac{m}{6} \leq 2$

$\Leftrightarrow -18 < m \leq 12$. Vậy có tất cả 30 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án B

Câu 107: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là



A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Hướng dẫn

Ta có $f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 (*)$

Dựa vào đồ thị, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \quad (2 < a < 3) \\ x^3 f(x) = b & (3) \quad (5 < b < 6) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \end{cases} \quad (5 < x_1 < 6)$

Xét (2): dễ thấy $x = 0$ không là nghiệm. Với $x \neq 0, (2) \Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^3}$.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = \frac{a}{x^3} \quad (2 < a < 3)$ và hàm số $y = f(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ suy ra phương trình có 2 nghiệm.

Tương tự xét phương trình (3) phương trình có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Chọn đáp án C.

Câu 108: [MAP] Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Hướng dẫn

Điều kiện: $x > m$

$$\text{Đặt: } t = \log_5(x - m) \Rightarrow \begin{cases} x - m = 5^t \\ 5^x + m = t \end{cases} \Rightarrow 5^x + x = 5^t + t \quad (1).$$

Xét hàm số $f(u) = 5^u + u \Rightarrow f'(u) = 5^u \ln 5 + 1 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow x = t \Leftrightarrow x = 5^x + m \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $f(x) = x - 5^x, x > m$

Do: $5^x > 0 \Rightarrow m < x$, suy ra phương trình có nghiệm luôn thỏa điều kiện.

$$f'(x) = 1 - 5^x \ln 5, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 5^x \ln 5 = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right).$$

Bảng biến thiên:

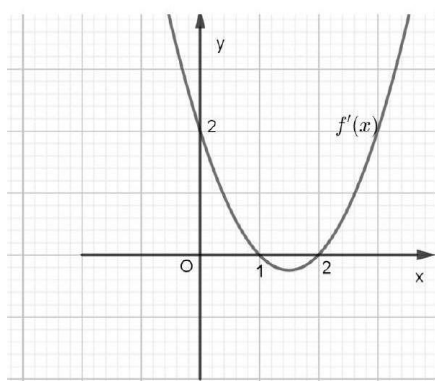
x	$-\infty$	$\approx -0,295$	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$\approx -0,917$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow m \leq \approx -0,917 \xrightarrow{m \in (-20; 20)} m = \{-19; -18; \dots; -1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Chọn đáp án B

Câu 109: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số $y = f(2 - x^2)$ có $y' = -2x \cdot f'(2 - x^2)$

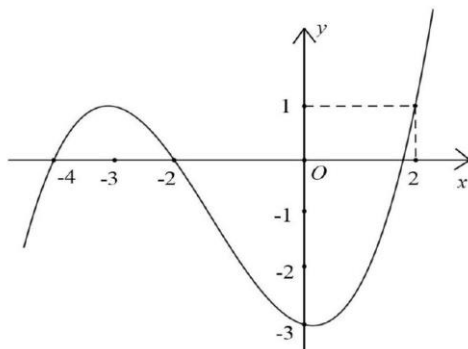
$$y' = -2x \cdot f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} 2-x^2 < 1 \\ 2-x^2 > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x^2 > 1 \\ x^2 < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Chọn đáp án B

Câu 110: [MAP] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;2)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-2;0)$.

Hướng dẫn

Hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0); f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua các điểm $(-4;0), (-2;0), (0;-3), (2;1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -256a + 48b - 8c + d = 0 \\ -32a + 12b - 4c + d = 0 \\ d = -3 \\ 32a + 12b + 4c + d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{96} \\ b = \frac{7}{24} \\ c = -\frac{7}{24} \\ d = -3 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x; y' = 3(f'(x) + x^2 - 4x + 3) = 3\left(\frac{5}{24}x^3 + \frac{15}{8}x^2 - \frac{55}{12}x + 3\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ . Hàm số đồng biến trên các khoảng } (-11;0) \text{ và } (2;+\infty)$$

Chọn đáp án C

Câu 111: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị.

A. 18.

B. 15.

C. 16.

D. 17.

Hướng dẫn

Ta có:

$$\left[f(x^2-8x+m) \right]' = (2x-8)f'(x^2-8x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ f'(x^2-8x+m) = 0(*) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-8x+m=0 \\ x^2-8x+m=2 \end{cases}$$

Để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $\left[f(x^2-8x+m) \right]' = 0$ phải có 5 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác $x=4$.

Xét phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $x=4$, ta có

$$\begin{cases} \Delta_{(1)} > 0 \\ 4^2-8 \cdot 4+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16-1 \cdot m > 0 \\ m \neq 16 \end{cases} \Rightarrow m < 16.$$

Xét phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác $x=4$, ta có

$$\begin{cases} \Delta_{(2)} > 0 \\ 4^2-8 \cdot 4+m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16-1 \cdot (m-2) > 0 \\ m \neq 18 \end{cases} \Rightarrow m < 18$$

Từ đó suy ra ta có

$$0 < m < 16 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 15$$

Vậy có 15 giá trị nguyên dương của tham số

m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 112: [MAP] Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^3-3x^2-9x+4+m|$ có 5 cực trị bằng?

A. 217.

B. 213.

C. 276.

D. 253.

Hướng dẫn

Ta có: Số cực trị hàm số $y = |x^3-3x^2-9x+4+m|$ bằng tổng số cực trị của hàm số $y = x^3-3x^2-9x+4+m$ có 2 cực trị và số nghiệm của phương trình $x^3-3x^2-9x+4+m=0$.

Do đó để $y = |x^3-3x^2-9x+4+m|$ có 5 cực trị thì hàm số $y = x^3-3x^2-9x+4+m$ có 2 cực trị và phương trình $x^3-3x^2-9x+4+m=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt tức là hàm số $y = x^3-3x^2-9x+4+m$ phải có 2 cực trị thỏa mãn 2 giá trị cực trị trái dấu.

Xét hàm số $y = x^3-3x^2-9x+4+m$.

+)TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

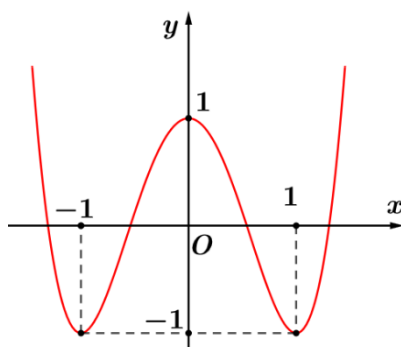
$$+) y' = 3x^2-6x-9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = m+9 \\ x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = m-23 \end{cases}$$

Vậy $y = x^3-3x^2-9x+4+m$ có 2 giá trị cực trị trái dấu khi:

$$y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow (m+9) \cdot (m-23) < 0 \Leftrightarrow -9 < m < 23.$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{1, 2, \dots, 22\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên dương của m là: $\sum_{i=1}^{22} m = 253$

Câu 113: [MAP] Cho hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thuộc $[0; 2\pi)$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 1$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 8.

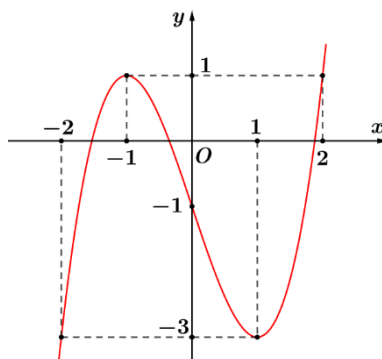
Hướng dẫn:

$$\text{Ta có } |f(\cos 2x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos 2x) = 1 \\ f(\cos 2x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = a > 1 \text{ (VN)} \\ \cos 2x = b < -1 \text{ (VN)} \\ \cos 2x = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x = 0$$

Phương trình $\sin 4x = 0$ có 8 nghiệm thuộc $[0; 2\pi)$.

Chọn đáp án D.

Câu 114: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Phương trình $f(3 - 2f(x)) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Hướng dẫn:

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có: } f(3 - 2f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2f(x) = -1 \\ 3 - 2f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

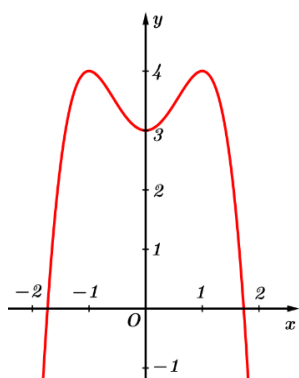
Mà $f(x) = 2$ có 1 nghiệm duy nhất lớn hơn 2.

Và $f(x) = \frac{1}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 \in (-2; -1)$, $x_2 \in (-1; 0)$, $x_3 \in (1; 2)$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

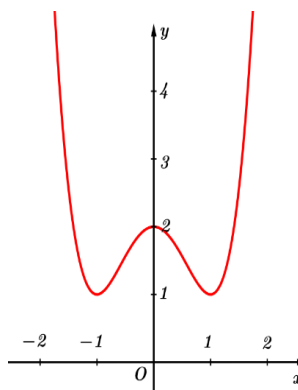
Chọn đáp án D.

Câu 115: [MAP] Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$



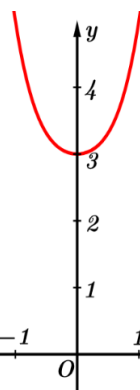
Hình 1

A. Hình 2.



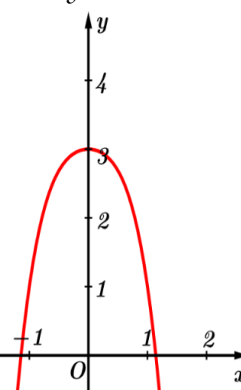
Hình 2

B. Hình 4.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 1.

Hướng dẫn

Ta chú ý rằng $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = -1; x = 1$ và với $a < 0$ nên chỉ có phương án D là phù hợp.

Câu 116: [MAP] Hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{3} + ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+	1	+
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

Hỏi có bao nhiêu số âm trong các hệ số a, b, c ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $f(0) > f(-2) \Leftrightarrow c > 1 \Rightarrow c > 0$.

Ta có $y' = f'(x) = x^2 + 2ax + b, \Delta_{y'} = a^2 - b$.

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm, suy ra.

$\Delta_{y'} < 0 \Leftrightarrow a^2 - b < 0 \Leftrightarrow a^2 < b \Rightarrow b > 0$.

Mặt khác $f'(-2) = 1 \Leftrightarrow 1 - 4a + b = 1 \Leftrightarrow b = 4a \Rightarrow a > 0$.

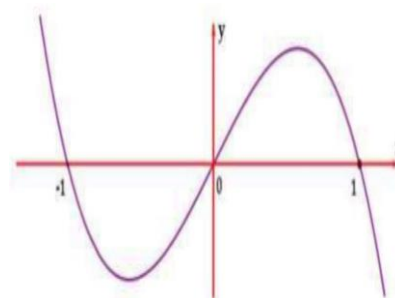
Câu 117: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = -x^4 + bx^2 + 1$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = |f(x^2 - 2x) + m|$ có 7 điểm cực trị.

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 11.



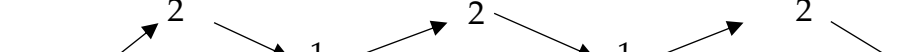
Hướng dẫn

Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 2bx$, dựa vào đồ thị ta có: $f'(1) = 0 \Leftrightarrow -4 + 2b = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Đặt $u = x^2 - 2x$, khi đó ta có: $u'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$ $\frac{1}{0}$ $+\infty$											
$u = x^2 - 2x$	$+\infty$	$+$	1	$-$	0	$+$	$\frac{-1}{0}$	$-$	$+$	1	$-$	$+\infty$
$f(u)$												

Để hàm số $y = \left| f(x^2 - 2x) + m \right|$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow y(0) = m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Với $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-1; 0; 1; \dots; 9\}$ có 11 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 118: [MAP] Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C). Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là bao nhiêu?

A. $m = -\sqrt{2}$.

B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m = \pm\sqrt{2}$.

D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4m^2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases}.$$

Điều kiện để hàm số có ba cực trị là $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm m \end{cases}$.

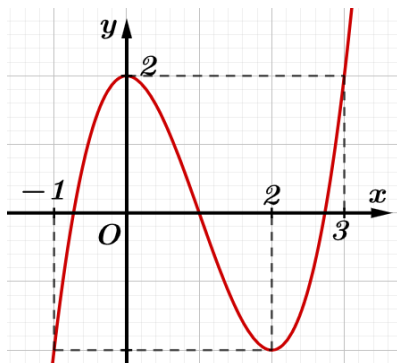
Tọa độ các điểm cực trị là $A(0; m^2), B(m; -m^4 + m^2), C(-m; -m^4 + m^2)$.

Ta có $OA \perp BC$, nên bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi điều kiện cần và đủ là OA và BC cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_O = x_B + x_C \\ y_A + y_O = y_B + y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ m^2 + 0 = (-m^4 + m^2) + (-m^4 + m^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2m^4 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy } m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 119: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2024$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn

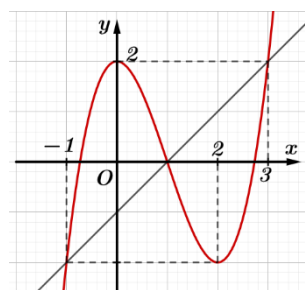
Xét hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2024$

$g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$. Xét phương trình $g'(x) = 0$ (1)

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t-1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t-1$ (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f'(t)$ và $y = t-1$

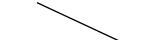
Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \\ x = m+3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

x	$-\infty$	$m-1$	$m+1$	$m+3$	$+\infty$		
y'		-	0	+ 0	-	0	+
y	$+\infty$						
							$+\infty$

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần

$$\begin{cases} m-1 \leq 5 \\ m+1 \geq 6 \\ m+3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m$ nhận các giá trị 1;2;5;6 $\Rightarrow S = 14$.

Câu 120: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^3 - mx^2 - 9x + 9m|$ trên đoạn $[-2; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Hướng dẫn

Đặt $f(x) = x^3 - mx^2 - 9x + 9m$.

Để thấy $\min_{[-2; 2]} |f(x)| \geq 0$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $x \in [-2; 2]$.

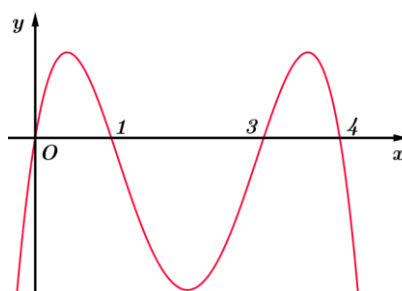
Ta có: $f(x) = x^2(x - m) - 9(x - m) = (x^2 - 9)(x - m)$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \\ x = m \end{cases}$.

Do đó điều kiện cần và đủ để $f(x) = 0$ có nghiệm $x \in [-2; 2]$ là $m \in [-2; 2]$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 121: [MAP] Cho $f(x)$ là hàm đa thức và $f'\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để hàm số $g(x) = f(\sqrt{2x-1} + m)$ có hai điểm cực trị?

Hướng dẫn

Dựa vào đồ thị, ta thấy tại các điểm $x = 0; x = 1; x = 3$ và $x = 4$ thì $f'\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3\right) = 0$

Ta có: $f'\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3\right) = -x(x-1)(x-3)(x-4) \Leftrightarrow f'\left(\frac{x^2 - 4x + 6}{2}\right) = -(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 3)$

Đặt $t = \frac{x^2 - 4x + 6}{2} \Rightarrow x^2 - 4x = 2t - 6 \Rightarrow f'(t) = -(2t - 6)(2t - 3)$.

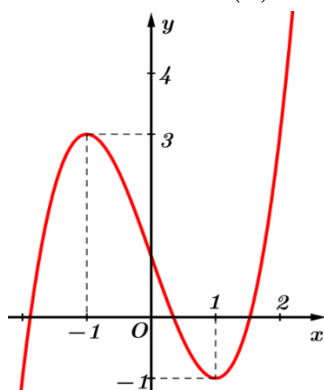
Xét hàm số $g(x) = f(\sqrt{2x-1} + m)$

Ta có $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \cdot f'(\sqrt{2x-1} + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} + m = 3 \\ \sqrt{2x-1} + m = \frac{3}{2} \end{cases}$

Để $g(x)$ có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ \frac{3}{2} - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$. Vì $m \in (-10; 10) \Rightarrow m \in \{-9; -8; \dots; 1\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn đề bài.

Câu 122: [MAP] Cho số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như sau:



Trên khoảng $(-10; 10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên của m để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 1001$ có đúng một cực trị?

Hướng dẫn

Ta có: $g'(x) = f'(x) + m$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -m$.

Để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2020$ có đúng một cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = -m$ có đúng một nghiệm bội lẻ.

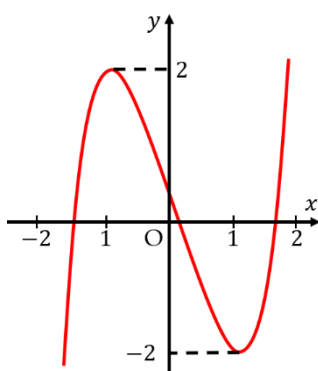
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra: $\begin{cases} -m \geq 3 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$

Xét trên khoảng $(-10; 10)$, có các giá trị m nguyên thỏa mãn là:

$$m = \{-9; -8; \dots; -3; 1; 2; \dots; 9\}.$$

Vậy có 16 giá trị m thỏa mãn.

Câu 123: [MAP] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 7.

C. 9.

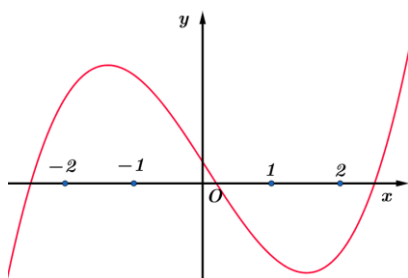
D. 5.

Hướng dẫn

Đặt $t = f(x)$, phương trình $f(f(x)) = 0$ trở thành $f(t) = 0 (*)$ (số nghiệm phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $f(x)$ với trục Ox). Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình $(*)$ có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2; 2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x) = t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm.

Chọn đáp án C.

Câu 124: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y = f(\sin x)$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; 2\pi\right)$.



Xét hàm số $u = \sin x$ có $u'(x) = \cos x$.

Với $x \in \left(\frac{\pi}{3}; 2\pi\right)$ ta có: $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{3\pi}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$u = \sin x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0
$f(\sin x)$	$f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$f(1)$	$f(-1)$	$f(0)$

Câu 125: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 6m + 9$ (C). Số các giá trị của m để hàm số (C) có điểm cực đại tại x_1 , cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = x_2$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn

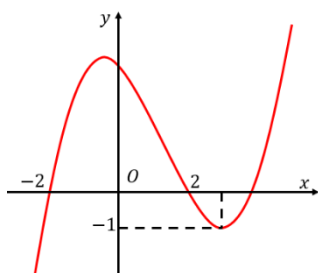
TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = x^2 - 2(m+2)x + (m^2 + 4m + 3) = 0$. Khi đó $\Delta' = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = m+3 \\ x = m+1 \end{cases}$

Do $a = \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow x_{CD} < x_{CT} \Rightarrow x_1 = m+1; x_2 = m+3$. Theo GT $\Rightarrow (m+1)^2 = m+3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$ thì hàm số đã cho có các điểm cực trị thỏa mãn yêu cầu.

Câu 126: [MAP] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là

A. 6.

B. 10.

C. 12.

D. 3.

Hướng dẫn

$$\text{Xét } |f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \\ f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Xét } g(x) = x^3 - 3x, g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

x	$+\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát đồ thị:

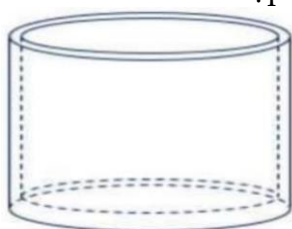
$$\text{Xét } f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = a \in (-2; 0) \\ x^3 - 3x = b \in (0; 2) \\ x^3 - 3x = c \in (2; +\infty) \end{cases} \quad (\text{có lần lượt } 3, 3, 1 \text{ nên có tất cả } 7 \text{ nghiệm}).$$

$$\text{Xét } f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = c > 2 \\ x^3 - 3x = d > 2 \\ x^3 - 3x = c < -2 \end{cases} \quad (\text{có } 3 \text{ nghiệm}).$$

Rõ ràng 10 nghiệm này phân biệt. Vậy phương trình đã cho có tất cả 10 nghiệm.

Chọn đáp án B.

Câu 127: [MAP] Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5 \text{ cm}$, thành xung quanh cốc dày $0,2 \text{ cm}$ và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.)



A. $75,66\pi \text{ cm}^3$

B. $80,16\pi \text{ cm}^3$

C. $85,66\pi \text{ cm}^3$

D. $70,16\pi \text{ cm}^3$

Hướng dẫn

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là r và h .

Ta có: $V_1 = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{480}{r^2} (\text{cm}^3)$.

Thể tích hình trụ bên ngoài là: $V_2 = \pi(r + 0,2)^2 \cdot (h + 1,5) = \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right)$.

Thể tích thủy tinh là: $V = \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) - 480\pi$.

Xét $f(r) = \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right), r > 0$.

Khi đó $f'(r) = 2\pi(r + 0,2) \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) + \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(-\frac{960}{r^3}\right)$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2 \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) = (r + 0,2) \cdot \frac{960}{r^3} \Leftrightarrow 3 = \frac{192}{r^3} \Leftrightarrow r = 4$.

r	$-\infty$	4	$+\infty$
$f'(r)$		$-$	$+$
$f(r)$	$+\infty$		$+\infty$

Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\frac{27783}{50}\pi - 480\pi = 75,66\pi \approx 75,66\pi (\text{cm}^3)$.

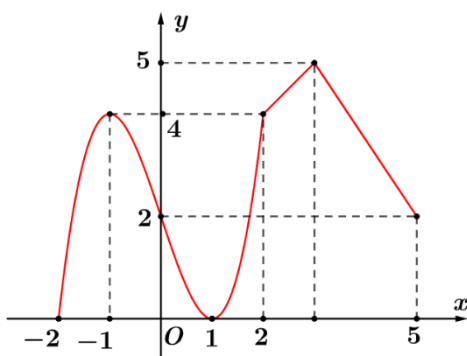
Câu 128: [MAP] Trên $[-2; 5]$, hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(3\sin^2 x + 2)$.

A. 1

B. 2

C. 3

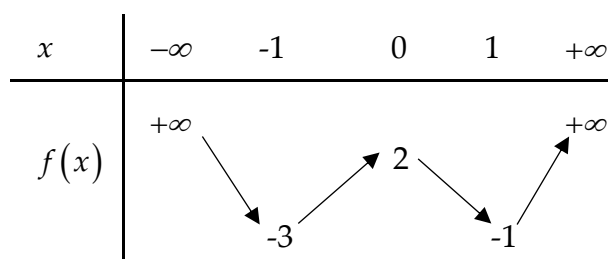
D. 7



Hướng dẫn

Đặt $t = 3\sin^2 x + 2$ thì $y = f(3\sin^2 x + 2) = f(t); t \in [2; 5]$, ta thu được giá trị nhỏ nhất bằng 2, giá trị lớn nhất bằng 5.
Vậy tổng hai giá trị bằng 7.

Câu 129: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$, chiều biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau:

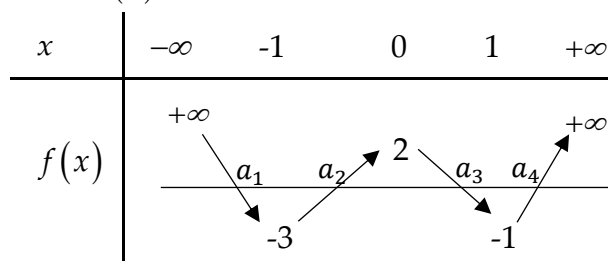


Hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Hướng dẫn

Có $(f(4x^2 + 4x))' = (8x + 4) \cdot f'(4x^2 + 4x)$. Xét $(f(4x^2 + 4x))' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ f'(4x^2 + 4x) = 0 \end{cases}$

Xét giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với trục hoành:



Ta thấy $f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1) \\ 4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0) \\ 4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1) \\ 4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty) \end{cases}$

Xét $g(x) = 4x^2 + 4x, g'(x) = 8x + 4, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

Phương trình $4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1)$ vô nghiệm.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số có tất cả 7 điểm cực trị.

Câu 130: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

A. 8.

B. 20.

C. 53.

D. 65.

Hướng dẫn

Nhìn đồ thị ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -4, giá trị lớn nhất bằng 7.

Khi đó $M^2 + m^2 = 49 + 16 = 65$.

Câu 131: [MAP] Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành là

A. $m < 1$.

B. $m < -2$.

C. $m \leq 4$.

D. $m < 0$.

Hướng dẫn

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành thì phương trình $x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

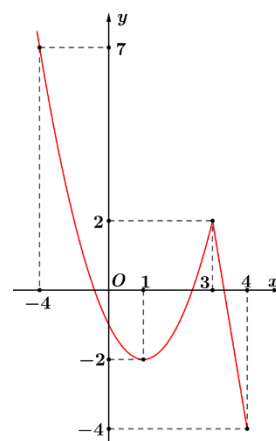
Ta có: $x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + m = 0(*) \end{cases}$$

Để phương trình trên có ba nghiệm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt và khác 1 nên ta có:

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ 1 - 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$



Câu 132: [MAP] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 2.

B. -23.

C. -22.

D. -7.

Hướng dẫn

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 20x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$$

Xét hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ có: $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22$.

Vậy $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = -22$.

Câu 133: [MAP] Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m = 5$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{17}{4}$.

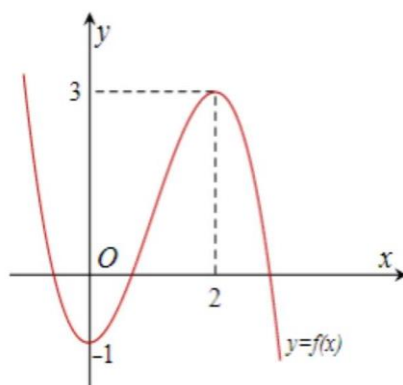
D. $m = 10$.

Hướng dẫn

$$\text{Đặt } y = f(x) = x^2 + \frac{2}{x}. \text{ Ta có } y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2}, y' = 0 \Rightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

Khi đó $f(1) = 3, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4}, f(2) = 5$. Vậy $m = \min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 134: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(1; 3)$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } g(x) = f(x^3 + x) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 1)f'(x^3 + x).$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 1)f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x = 0 \\ x^3 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } g'(x) > 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 1)f'(x^3 + x) > 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^3 + x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$		$g(1)$		$-\infty$

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = 0$.

Suy ra $x_0 \in (-1; 1)$.

Câu 135: [MAP] Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m = 3$.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m - 1$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ suy ra $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$.

- Với $m = 0$: $y''(1) = 2 > 0 \Rightarrow x = 1$ là cực tiểu của hàm số
- Với $m = 3$: $y''(1) = -4 < 0 \Rightarrow x = 1$ là cực đại của hàm số.

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 136: [MAP] Mỗi phòng học của trung tâm A chứa tối đa 200 em học sinh. Nếu một phòng học có x học sinh thì học phí cho mỗi học sinh là $\left(10 - \frac{x}{50}\right)^2$ (nghìn đồng). Mỗi phòng học có bao nhiêu học sinh để thu được tổng học phí cao nhất?

Hướng dẫn

Từ đề bài, ta tính được số tiền học phí của một buổi học theo x học sinh ($x \leq 200; x \in \mathbb{N}$) là

$$x \left(10 - \frac{x}{50}\right)^2 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số $f(x) = x \left(10 - \frac{x}{50}\right)^2$. Biến đổi, ta được $f(x) = 100x - \frac{2}{5}x^2 + \frac{x^3}{2500}$

Ta có BBT của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{500}{3}$	500	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{20000}{27}$	0	$+\infty$	

Do $f(167) > f(166)$ nên ta có kết luận sau:

Mỗi phòng học có 167 học sinh thì học phí mà trung tâm thu được cao nhất.

Câu 137: [MAP] Cho hai số thực x, y thỏa mãn $e^2 \cdot x - e^y = -\ln x + y - 2, (x > 0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y}{x}$ bằng

- A. e. B. $\frac{1}{e}$. C. $2 + \frac{1}{e}$. D. $2 - \frac{1}{e}$.

Hướng dẫn

Ta có: $e^2 x - e^y = -\ln x + y - 2 \Leftrightarrow e^2 x - e^y = -\ln(e^2 \cdot x) + y \Leftrightarrow e^2 \cdot x + \ln(e^2 \cdot x) = e^y + \ln(e^y)$

Xét hàm số: $f(t) = t + \ln(t)$ với $t > 0$; $f'(t) = 1 + \frac{1}{t} > 0$ với $\forall t > 0$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến với $\forall t > 0 \Rightarrow e^2 x + \ln(e^2 x) = e^y + \ln(e^y) \Leftrightarrow e^2 x = e^y \Leftrightarrow x = \frac{e^y}{e^2}$

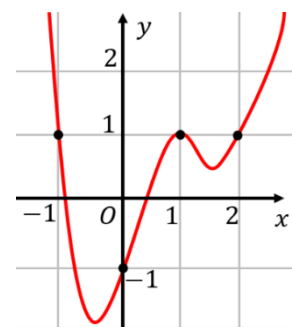
$$\Rightarrow P = \frac{y}{x} = \frac{y}{\frac{e^y}{e^2}} = \frac{e^2 \cdot y}{e^y}$$

Xét hàm số $P = \frac{e^2 \cdot y}{e^y}$; $P' = \frac{e^2 \cdot e^y - e^2 \cdot y \cdot e^y}{(e^y)^2} = \frac{e^2(1-y)}{e^y}$; $P' = 0 \Leftrightarrow y = 1$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	e	0

$$\text{Vậy } \max P = e \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{1}{e} \end{cases}$$

Câu 138: [MAP] Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



- A. $-f(1) + 2$. B. $-f(-1)$.
C. $-f(2) + 3$. D. $-f(3) + 4$.

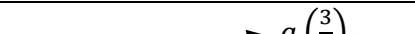
Hướng dẫn

Ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2f'(2x-1) + 2 = 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = -1 \\ 2x-1 = 1 \\ 2x-1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -1 \\ 2x-1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2			
$g'(x)$		+	0	+	0	−	
$g(x)$	$g(0)$						$g(2)$

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên $[0; 2]$ bằng $g\left(\frac{3}{2}\right) = -f(2) + 3$.

Câu 139: [MAP] Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị bằng

A. 120.

B. 720.

C. 0

D. -6.

Hướng dẫn

Nếu $m = 0$ thì $y = -2x + 1 \Rightarrow$ Hàm số không có cực trị. Vậy $m = 0$ thỏa mãn (1)

Nếu $m \neq 0$ ta có: $y' = 3mx^2 - 4mx + (m-2)$.

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 3m(m-2) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m \leq 0 \Rightarrow -6 \leq m < 0$ (do $m \neq 0$) (2)

Kết hợp (1) và (2) ta được $-6 \leq m \leq 0$.

Vậy các giá trị nguyên của tham số m là $S = \{-6; -5; \dots; -1; 0\}$ và có tích bằng 0.

Câu 140: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Hướng dẫn

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ \log_5 5(x^2 + 1) \geq \log_5 (mx^2 + 4x + m) \end{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-4x}{x^2 + 1} = g(x) \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-4x}{x^2 + 1} \\ 5(x^2 + 1) - 4x \geq m(x^2 + 1) \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > g(x) \\ m \leq 5 - \frac{4x}{x^2 + 1} = 5 + g(x) \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \\ & \Leftrightarrow g(x) < m \leq 5 + g(x) \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \max_{\mathbb{R}} g(x) < m \leq \min_{\mathbb{R}} (5 + g(x)) \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{-4x}{x^2 + 1}$ có $g'(x) = \frac{4(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$ với bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 2$; $\min_{\mathbb{R}} g(x) = -2$. Do đó $2 < m \leq 5 - 2 \Leftrightarrow 2 < m \leq 3$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 141: [MAP] Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 142: [MAP] Có một giá trị của m_0 của tham số m để hàm số $y = x^2 + 3x + 2m - 3$ đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0^2 - 3m_0 < 0$.
- B. $m_0^2 - 3m_0 > 0$.
- C. $m_0^2 < 3$.
- D. $m_0^2 + 2m_0 > 10$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \max_{[-1; 3]} y = y(3) = 2m + 6 = 10 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow m_0 = 2 \Rightarrow m_0^2 - 3m_0 = -2 < 0.$$

Chọn đáp án A.

Câu 143: [MAP] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 9}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. $6\sqrt{2}$.
- B. 2.
- C. $3\sqrt{6}$.
- D. 54.

Hướng dẫn

$$\text{Xét } y = x^4 - 4x^2 + 9 \text{ có đạo hàm } y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } y(-2) = 9; y(3) = 54; y(0) = 9; y(\pm\sqrt{2}) = 5.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-2; 3]} f(x) = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}.$$

Câu 144: [MAP] Cho hàm số $y = |x^4 - 2x^3 + x^2 + 2a|$. Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số a thỏa mãn $\min_{[-1; 2]} y + \max_{[-1; 2]} y = 10$. Giá trị của T bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 2a \text{ trên đoạn } [-1; 2].$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(-1) = 2a + 4 = f(2); f(0) = 2a = f(1); f\left(\frac{1}{2}\right) = 2a + \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow M = \max_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = f(2) = 2a + 4; m = \min_{[-1;2]} f(x) = f(0) = f(1) = 2a$$

$$\text{Nếu } m \geq 0 \Leftrightarrow 2a \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0 \text{ thì } \min_{[-1;2]} y = \min_{[-1;2]} f(x) = m, \max_{[-1;2]} y = \max_{[-1;2]} f(x) = M$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a \geq 0 \\ M + m = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ 2a + 2a + 4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

$$+ \text{ Nếu } M \leq 0 \Leftrightarrow 2a + 4 \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -2 \text{ thì}$$

$$\min_{[-1;2]} y = -\min_{[-1;2]} f(x) = -m, \max_{[-1;2]} y = -\max_{[-1;2]} f(x) = -M$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a \leq -2 \\ -M + (-m) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -2 \\ -2a - (2a + 4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{7}{2}.$$

$$+ \text{ Nếu } Mm < 0 \Leftrightarrow 2a(2a + 4) < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 0 \Rightarrow \min_{[-1;2]} y = 0,$$

$$\max_{[-1;2]} y = \max\{|2a|; |2a + 4|\} = \max\{2a + 4; -2a\}$$

$$\text{Do } -2 < a < 0 \text{ nên } \max\{2a + 4; -2a\} < 10 \Rightarrow \min_{[-1;2]} y + \max_{[-1;2]} y < 10 \Rightarrow \text{Loại}$$

$$\text{Vậy } T = \frac{3}{2} + \left(-\frac{7}{2}\right) = -2.$$

Câu 145: [MAP] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x + \log_5 y \geq \log_5 (x^2 + y^2)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x + y$ là $a\sqrt{b} + c$ trong đó a, b, c là các số tự nhiên và $a > 1$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \log_5 x + \log_5 y \geq \log_5 (x^2 + y^2) \Leftrightarrow x \cdot y \geq x^2 + y^2 \Leftrightarrow y(x - 1) \geq x^2.$$

$$\text{Với } x = 1, \text{ ta có } y \cdot (1 - 1) \geq 1 \Leftrightarrow 0 \geq 1 \text{ (Vô lý)}$$

$$\text{Với } x, y \text{ là các số thực dương nên } y(x - 1) \geq x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y \geq \frac{x^2}{x - 1} \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } P = 2x + y \geq 2x + \frac{x^2}{x - 1}, \forall x > 1.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 2x + \frac{x^2}{x - 1} \Leftrightarrow f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x - 1} \text{ với } x > 1.$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 6x + 2}{(x - 1)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3+\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		$4+2\sqrt{3}$	0

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2x+y$ là $2\sqrt{3}+4$, suy ra $a=2, b=3, c=4$. Do đó tổng $a+b+c$ bằng 9.

Câu 146: [MAP] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-4x^2)(x^3-4x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y=|f(1-2024x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-4x^2=0 \\ x^3-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \\ x=\pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-
$f(x)$						

Suy ra hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

$$\text{Đặt } g(x)=f(1-2024x) \Rightarrow g'(x)=-2024f'(1-2024x)$$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-2024x)=0$, phương trình này cũng có 4 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu khi x qua các nghiệm này. Do đó hàm số $y=g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Vì hàm số $y=g(x)$ có 4 điểm cực trị nên phương trình $g(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y=|g(x)|=|f(1-2024x)|$ có nhiều nhất 9 điểm cực trị.

Câu 147: [MAP] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $-10 < m < 10$ và hàm số $y=f(x^2+2x+m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 5

B. 4.

C. 6.

D. 1.

Hướng dẫn

$$\text{Xét } y = g(x) = f(x^2 + 2x + m)$$

$$\text{Ta có: } y' = g'(x) = 2(x+1)f'(x^2 + 2x + m)$$

Vì $x+1 > 0 \forall x \in (0;1)$ nên để hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $f'(x^2 + 2x + m) > 0 \forall x \in (0;1)$, do hàm số $x^2 + 2x + m$ luôn đồng biến trên $(0;1)$ nên

$$\text{Đặt } t = x^2 + 2x + m. \text{ Vì } x \in (0;1) \text{ nên } t \in (m; m+3)$$

$$\text{Dựa vào bảng xét dấu của } f'(x) \text{ ta có } \begin{cases} m+3 \leq -2 \\ m \geq 0 \\ m+3 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m = 0 \end{cases}$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-9, -8, -7, -6, -5, 0\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài

Câu 148: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	1	5	$-\infty$

Trên $\left(0; \frac{\pi}{8}\right)$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(f(2 \tan 2x))$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

Đặt $u = 2 \tan 2x \Rightarrow u' = \frac{4}{\cos^2 2x} > 0$ do đó ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	$\frac{\pi}{8}$
u	0	2
$t = f(u)$	1	5
$f(t)$		

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(f(2 \tan 2x))$ là 5.

Câu 149: [MAP] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{x^2+6}}$

đồng biến trên $(1;2)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 6.

B. 9.

C. 21.

D. 15.

Hướng dẫn

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{x^2+6} - (x+m) \frac{x}{\sqrt{x^2+6}}}{x^2+6} = \frac{x^2+6-x^2-mx}{(x^2+6)\sqrt{x^2+6}} = \frac{6-mx}{(x^2+6)\sqrt{x^2+6}}.$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1;2)$.

$$\text{Ta có } y' \geq 0 \rightarrow m \leq \frac{6}{x}, \forall x \in (1;2) \leftrightarrow m \leq \min \frac{6}{x} = 3.$$

Vậy $s = \{1;2;3\}$ suy ra tổng các phần tử của S bằng 6.

Câu 150: [MAP] Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn

Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

$$\text{Mà } y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}, y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}, y(-1) = 2.$$

$$\text{Do đó } \max y = 2, \min y = -\sqrt{2}. \text{ Vậy } \max y + \min y = 2 - \sqrt{2}.$$

Câu 151: [MAP] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2^2 x - 2\log_2 x - 4\sqrt{1-\log_2 x}$ với $x \in (0;2]$.

A. 3.

B. -2.

C. -1.

D. -4.

Hướng dẫn

Điều kiện xác định: $1 - \log_2 x \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2$.

Đặt $t = \sqrt{1 - \log_2 x}$, vì $x \in (0;2]$ nên $t \geq 0$. Khi đó $y = (1 - \log_2 x)^2 - 4\sqrt{1 - \log_2 x} - 1 = t^4 - 4t - 1 = f(t)$,

Xét hàm số $f(t) = t^4 - 4t - 1, t \in [0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 4t^3 - 4$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \in [0; +\infty)$. Ta được bảng biến thiên của $f(t)$ như sau:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-1	-4	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất bằng -4.

Câu 152: [MAP] Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < m \leq 2$. B. $4 < m \leq 8$. C. $2 < m \leq 4$. D. $m > 8$.

Hướng dẫn

Ta có $y = mx + \frac{36}{x+1} \Rightarrow y' = m - \frac{36}{(x+1)^2}$

Trường hợp 1: $m = 0$, ta có $y' = -\frac{36}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$. Khi đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(3) = 9$ (loại).

Trường hợp 2: $m \neq 0$

- Nếu $m < 0$, ta có $y' < 0, \forall x \neq -1$ Khi đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(3) \Leftrightarrow 20 = 3m + 9 \Leftrightarrow m = \frac{11}{3}$ (loại).
- Nếu $m > 0$, khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow m - \frac{36}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{36}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{\sqrt{m}} - 1 \\ x = -\frac{6}{\sqrt{m}} - 1(l) \end{cases}$.
 - Với $0 < \frac{6}{\sqrt{m}} - 1 \leq 3 \Leftrightarrow \frac{4}{9} < m \leq 36, \min_{x \in [0;3]} y = y\left(\frac{6}{\sqrt{m}} - 1\right) = 12\sqrt{m} - m = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 100(l) \end{cases}$.
 - Với $\frac{6}{\sqrt{m}} - 1 > 3 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}, \min_{x \in [0;3]} y = y(3) \Leftrightarrow 20 = 3m + 9 \Leftrightarrow m = \frac{11}{3}(l)$.

Chọn đáp án C.

Câu 153: [MAP] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[0;4]$ đạt được tại

- A. $x = \frac{5\sqrt{17}}{17}$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{2x(x+1)}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên hàm số trên đoạn $[0;4]$

x	0	1	4
y'	+	0	-
y	1	$\sqrt{2}$	$\frac{5}{\sqrt{17}}$

$\Rightarrow \max_{[0;4]} y = y(1) = \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[0;4]$ đạt được tại $x = 1$.

Câu 154: [MAP] Nếu hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$ có giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{2}$ thì giá trị của m là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn

Xét hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$. Tập xác định: $D = [-1; 1]$. Ta có: $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-x^2} = x \\ 1-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ta có: } y(-1) = -1 + m, y(1) = 1 + m, y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2} + m.$$

Do hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$ liên tục trên $[-1; 1]$ nên $\underset{[-1;1]}{\text{Max}} y = m + \sqrt{2}$.

Theo bài ra thì $\underset{[-1;1]}{\text{Max}} y = 2\sqrt{2}$, suy ra $m + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \sqrt{2}$.

Câu 155: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho $|2x^3 - 3x^2 + m| \leq 16, \forall x \in [0; 3]$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -65. B. -74. C. -42. D. 87.

Hướng dẫn

Xét $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$, với $x \in [0; 3]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 6x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Lại có } f(0) = m; f(1) = m - 1; f(3) = 27 + m.$$

$$\text{Do đó: } f(x) \in [m - 1; m + 27].$$

$$\text{Vậy: } |f(x)| \leq 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 \geq -16 \\ m + 27 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -15 \\ m \leq -11 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-15; -11].$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -15; -14; -13; -12; -11.$$

$$\text{Ta có: } (-15) + (-14) + (-13) + (-12) + (-11) = -65.$$

Câu 156: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 2. B. 6. C. 1. D. 0.

Hướng dẫn

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^3 - 3x + m, \text{ ta có } g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{cases}.$$

$$g(0) = m, g(1) = m - 2, g(2) = m + 2.$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của hàm số } f(x) = |x^3 - 3x + m| \text{ bằng } \max \text{ của } F = \{|m|; |m - 2|; |m + 2|\}$$

$$TH1: |m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \end{cases}.$$

- Với $m = 3 \Rightarrow F = \{3; 1; 5\}$ loại vì max bằng 5.
- Với $m = -3 \Rightarrow F = \{3; 5; 1\}$ loại vì max bằng 5.

$$TH2: |m-2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -1 \end{cases}.$$

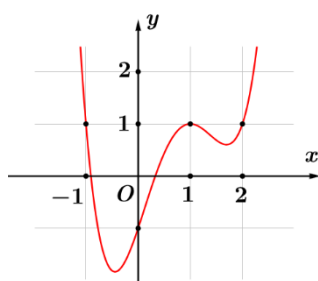
- Với $m = 5 \Rightarrow F = \{5; 3; 7\}$ loại vì max bằng 7.
- Với $m = -1 \Rightarrow F = \{1; 3; 1\}$ có max bằng 3. Chọn $m = -1$.

$$TH3: |m+2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}.$$

- Với $m = 1 \Rightarrow F = \{1; 1; 3\}$ có max bằng 3. Chọn $m = 1$.
- Với $m = -5 \Rightarrow F = \{5; 7; 3\}$ loại vì max bằng 7.

Vậy $S = \{-1; 1\} \Rightarrow$ có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 157: [MAP] Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



- A. $-f(1) + 2$. B. $-f(-1)$. C. $-f(2) + 3$. D. $-f(3) + 4$.

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2f'(2x-1) + 2 = 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = -1 \\ 2x-1 = 1 \\ 2x-1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Xét } g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -1 \\ 2x-1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2		
$g'(x)$		+	0	+	0	-
$g(x)$	$g(0)$		$g\left(\frac{3}{2}\right)$		$g(2)$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên $[0; 2]$ bằng $g\left(\frac{3}{2}\right) = -f(2) + 3$.

Câu 158: [MAP] Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 4.

D. 0.

Hướng dẫn

$$f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x.$$

Do $f(x)$ là hàm đa thức và $\min_{[0;2]} f(x) = f(1) \Rightarrow f'(1) = 0 \Leftrightarrow 4m + 4(m-1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$.

Thay $m = \frac{1}{2}$ vào hàm số ban đầu ta được

$$y = \frac{1}{2}x^4 + 2\left(\frac{1}{2} - 1\right)x^2 = \frac{1}{2}x^4 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^3 - 2x = 2x(x-1)(x+1).$$

Ta có BBT:

x	$-\infty$	-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
y	$+\infty$									$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$, and the critical points where $y' = 0$.

The diagram shows the function y decreasing from $+\infty$ as x increases from $-\infty$, reaching a local minimum at $x = -1$ (where $y = -\frac{1}{2}$), increasing to a local maximum at $x = 0$ (where $y = 0$), decreasing to a local minimum at $x = 1$ (where $y = -\frac{1}{2}$), and finally increasing towards $+\infty$ as x approaches $+\infty$.

Vậy với $m = \frac{1}{2}$, thì $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ (TM).

Dựa vào BBT ta có $\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 4$.

Chọn đáp án C.

Câu 159: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số

$y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$-\infty$
x			+		-	
x			$+\infty$	1	0	

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x)+3} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ là một tiệm cận ngang.

Ta có: $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$. Căn cứ vào bảng biến thiên đồ thị $y = f(x), y = -\frac{3}{2}$ cắt nhau tại một điểm nên đồ thị có một tiệm cận đứng.

Câu 160: [MAP] Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn

Tập xác định của hàm số là: $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \setminus \{0; 1\}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 0.$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Ta lại có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x} = -\infty$$

Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x+1-\sqrt{2x+1}}{x^2-x} = -2$$

Đường thẳng $x = 0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 161: [MAP] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2024 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 2m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn

Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - mx - 2m = 0$ (*) có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng -1 .

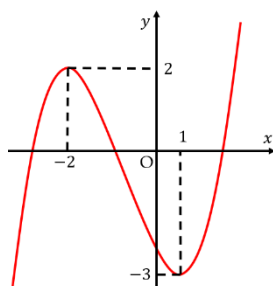
$$\text{Ta có } x^2 - mx - 2m = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+2} = m$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \frac{x^2}{x+2} \text{ với } x \in [-1; +\infty). \text{ Có } y' = \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 0 \end{cases}.$$

x	-1	0	$+\infty$
y'		-	0
y	1		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng -1 khi và chỉ khi $m \in (0; 1] \Rightarrow m = 1$.

Câu 162: [MAP] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = h(x) = \frac{6}{f^2(x) - 4}$.

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Hướng dẫn

$$\text{Xét hàm số } y = h(x) = \frac{6}{f^2(x) - 4}.$$

$$f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = a \in (3; +\infty) \\ x = b \in (-\infty; -2) \\ x = c \in (-1; 1) \\ x = d \in (1; 3) \end{cases}.$$

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow (-2)^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{6}{f^2(x) - 4} = -\infty; \lim_{x \rightarrow a^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{6}{f^2(x) - 4} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow b^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow b^+} \frac{6}{f^2(x) - 4} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{6}{f^2(x) - 4} = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow d^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow d^+} \frac{6}{f^2(x) - 4} = -\infty.$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = h(x)$ có tất cả 5 tiệm cận đứng $x = -2; x = a; x = b; x = c; x = d$.

Câu 163: [MAP] Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 - 2mx + 1}$. Tìm số các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 - 2mx + 1}$. (C) có 1 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt (trong đó có một nghiệm bằng -3)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 1 = 0 \\ \Delta' = m^2 - 1 > 0 \\ (-3)^2 - 2m \cdot (-3) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m > 1 \\ m < -1 \\ m = -\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Câu 164: [MAP] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 + 4x - 5|$ trên đoạn $[-3; 0]$. Khi đó tổng $M + m$ là

A. 5.

B. 9.

C. 14.

D. 8.

Hướng dẫn

Chọn C

Xét $g(x) = x^2 + 4x - 5$ liên tục trên đoạn $[-3; 0]$.

Ta có $g'(x) = 2x + 4, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \in [-3; 0]$.

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-3; 0]$

x	-3	-2	0
$g'(x)$	-	0	-
$g(x)$	-8	-9	-5

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số suy ra $M = \max_{[-3;0]} |g(x)| = \max\{|-8|; |-9|; |-5|\} = 9$,
 $m = \min_{[-3;0]} |g(x)| = \min\{|-8|; |-9|; |-5|\} = 5$.
 Vậy $M + m = 14$.

Câu 165: [MAP] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x+2} \right|$ trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của biểu thức $2M - 3m$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. 0. D. 6.

Hướng dẫn

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$g'(x) = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in [-1;1]$. Do đó hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

$$g(-1) = -3; g(1) = \frac{1}{3}.$$

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ và $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$:

x	-1	1
$g'(x)$	+	
$g(x)$	-3	$\frac{1}{3}$

Suy ra $M = \max_{[-1;1]} f(x) = \max_{[-1;1]} |g(x)| = \max_{[-1;1]} \left\{ |-3|; \left| \frac{1}{3} \right| \right\} = 3$ khi $x = -1$.

Và $m = \min_{[-1;1]} f(x) = \min_{[-1;1]} |g(x)| = \min_{[-1;1]} \left\{ |-3|; 0; \left| \frac{1}{3} \right| \right\} = 0$ khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy $2M - 3m = 2.3 - 3.0 = 6$.

Câu 166: [MAP] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |e^{3x} - 4e^{2x} + 4e^x - 10|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$

- A. 9. B. 6. C. 10. D. 5.

Hướng dẫn

Chọn C

Đặt $e^x = t$.

Ta có $0 \leq x \leq \ln 4 \Leftrightarrow e^0 \leq e^x \leq e^{\ln 4} \Rightarrow 1 \leq t \leq 4$.

Khi đó hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ trở thành $g(t) = |t^3 - 4t^2 + 4t - 10|$, với $t \in [1; 4]$.

Xét hàm số $h(t) = t^3 - 4t^2 + 4t - 10$.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 4]$.

$$h'(t) = 3t^2 - 8t + 4; h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \in [1; 4] \\ t = \frac{2}{3} \notin [1; 4] \end{cases}$$

$$h(1) = -9, h(2) = -10, h(4) = 6.$$

Khi đó $\max_{[1; 4]} h(t) = 6, \min_{[1; 4]} h(t) = -10$.

Suy ra $\max_{[0; \ln 4]} f(x) = \max_{[1; 4]} |h(t)| = 10$ khi $t = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ là 10.

Câu 167: [MAP] Giả sử M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\cos 2x + 2\sin x - 3|$ trên $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$. Tính $M - 4m$.

A. 6.

B. 0.

C. -2.

D. 3.

Hướng dẫn

Chọn B

Xét hàm số $u(x) = \cos 2x + 2\sin x - 3$ với $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$. $u(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ta có $u'(x) = -2\sin 2x + 2\cos x$.

$$\text{Xét } u'(x) = 0 \Leftrightarrow -2\sin 2x + 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2\sin x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Mà } x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}. \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Mà } u(0) = -2, u\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -6, u\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2, u\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3}{2}, u\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } \max_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} u(x) = -\frac{3}{2}, \min_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} u(x) = -6.$$

$$\text{Suy ra: } M = \max_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} |u(x)| = 6 \text{ khi } x = \frac{3\pi}{2}, m = \min_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} |u(x)| = \frac{3}{2} \text{ khi } x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}.$$

$$\text{Vậy } M - 4m = 0.$$

Câu 168: [MAP] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |x^2 - 3x + 2 + m|$ thỏa mãn $\min_{[-2;2]} y = 5$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. $-\frac{47}{4}$. B. -10 . C. $-\frac{31}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 3x + 2 + m$ trên đoạn $[-2;2]$, có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

$$\max_{[-2;2]} g(x) = \max \left\{ g(-2), g\left(\frac{3}{2}\right), g(2) \right\} = m + 12$$

$$\min_{[-2;2]} g(x) = \min \left\{ g(-2), g\left(\frac{3}{2}\right), g(2) \right\} = m - \frac{1}{4}$$

Nếu $m - \frac{1}{4} \geq 0$ hay $m \geq \frac{1}{4}$ thì $\min_{[-2;2]} y = m - \frac{1}{4} = 5 \Leftrightarrow m = \frac{21}{4}$ (thỏa mãn).

Nếu $m + 12 \leq 0$ hay $m \leq -12$ thì $\min_{[-2;2]} y = -m - 12 = 5 \Leftrightarrow m = -17$ (thỏa mãn).

Nếu $-12 < m < \frac{1}{4}$ thì $\min_{[-2;2]} y = 0$ (không thỏa mãn).

Ta có: $S = \left\{ -17; \frac{21}{4} \right\}$. Vậy tổng các phần tử của S bằng $-\frac{47}{4}$.

Câu 169: [MAP] Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + 3m}{x + 3} \right|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 5. Gọi T là tổng tất cả các phần tử của S . Tính T .

- A. $T = 4$. B. $T = -5$. C. $T = 1$. D. $T = -4$.

Hướng dẫn

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + 3m}{x + 3}$, hàm số luôn xác định trên tập đang xét.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^2 + 6x}{(x + 3)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(-2) = m + 4; f(0) = m; f(2) = m + \frac{4}{5}.$$

$$\text{Với } g(x) = |f(x)| = \left| \frac{x^2 + mx + 3m}{x + 3} \right|. \text{ Ta có } \max_{[-2;2]} g(x) = \max \{ |f(-2)|; |f(0)| \}.$$

$$\text{Xét } m(m + 4) \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0 \text{ thì } \begin{cases} -m = 5 \\ m + 4 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 1 \end{cases} \text{ (loại).}$$

$$\text{Xét với } m > 0. \text{ Ta có } \max_{[-2;2]} g(x) = |f(-2)| = |m + 4| = m + 4 = 5 \Rightarrow m = 1.$$

$$\text{Xét với } m < -4, \text{ ta có } \max_{[-2;2]} g(x) = |f(0)| = |m| = -m = 5 \Rightarrow m = -5.$$

$$\text{Vậy } S = \{-5; 1\} \text{ nên tổng } T = (-5) + 1 = -4.$$

Câu 170: [MAP] Tính tổng tất cả các giá trị nguyên lớn hơn 6 của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 - (m+1)x + m|$ trên $[2; m-1]$ nhỏ hơn 2024.

- A. 2051304. B. 2051340. C. 3421020. D. 3412020.

Hướng dẫn

Chọn A

Cách 1:

Xét hàm số $f(x) = x^2 - (m+1)x + m$ liên tục trên $[2; m-1]$ với $m > 6$.

Ta có: $f'(x) = 2x - (m+1); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m+1}{2} \in [2; m-1]$.

Khi đó: $f(2) = 2 - m; f\left(\frac{m+1}{2}\right) = -\frac{(m-1)^2}{4}; f(m-1) = 2 - m$.

Vì $-\frac{(m-1)^2}{4} \leq 2 - m < 0, \forall m > 6$ nên

$\max_{[2; m-1]} f(x) = \max\left\{f(2); f\left(\frac{m+1}{2}\right); f(m-1)\right\} = 2 - m;$

và $\min_{[2; m-1]} f(x) = \min\left\{f(2); f\left(\frac{m+1}{2}\right); f(m-1)\right\} = -\frac{(m-1)^2}{4}.$

Do đó: $\min_{[2; m-1]} y = \min\left\{|2 - m|; \left|-\frac{(m-1)^2}{4}\right|\right\} = |2 - m|$

Theo yêu cầu bài toán: $|2 - m| < 2024 \Leftrightarrow -2024 < 2 - m < 2024 \Leftrightarrow -2022 < m < 2026$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 6$ nên $m \in \{7; 8; 9; \dots; 2025\}.$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m là: $\sum_{n=7}^{2025} n = \frac{(7 + 2025)2019}{2} = 2051304.$

Câu 171: [MAP] Nguyên hàm của $\int \frac{x}{x^2+1} dx$ là:

- A. $\ln|t| + C$, với $t = x^2 + 1$ B. $-\ln|t| + C$, với $t = x^2 + 1$.
C. $\frac{1}{2}\ln|t| + C$, với $t = x^2 + 1$. D. $-\frac{1}{2}\ln|t| + C$, với $t = x^2 + 1$.

Hướng dẫn

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow \int \frac{x}{x^2+1} dx = \dots = \frac{1}{2} \int \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \ln|t| + C.$

Câu 172: [MAP] Kết quả nào dưới đây không phải là nguyên hàm của $\int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$?

- A. $3\cos x \cdot \sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos^2 x + C.$ B. $\frac{3}{2} \sin 2x (\sin x - \cos x) + C.$
C. $3\sqrt{2} \sin 2x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$ D. $3\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Hướng dẫn

Ta có:

$$\begin{aligned} \int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx &= 3 \cos x \cdot \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x + C = \frac{3}{2} \sin 2x (\sin x - \cos x) + C \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin 2x \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + C \end{aligned}$$

Câu 173: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $\int \frac{\ln 2x}{x} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}t^2 + C$. B. $t^2 + C$. C. $2t^2 + C$. D. $4t^2 + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Đặt } t = \ln 2x \Rightarrow dt = 2 \cdot \frac{1}{2x} dx \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx \Rightarrow \int \frac{\ln 2x}{x} dx = \dots = \int t dt = \frac{1}{2} t^2 + C.$$

Câu 174: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}t^2 + C$. B. $\frac{1}{2}t + C$. C. $t^2 + C$. D. $t + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta đặt: } x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt \Rightarrow \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \dots = \int dt = t + C.$$

Câu 175: [MAP] Với phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm $I = \int \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}} dx$ bằng:

- A. $\sin t + C$. B. $-t + C$. C. $-\cos t + C$. D. $t + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta biến đổi: } I = \int \frac{1}{\sqrt{4 - (x-1)^2}} dx.$$

$$\text{Đặt } x-1 = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt \Rightarrow I = \int dt = t + C.$$

Câu 176: [MAP] Theo phương pháp đổi biến số với $t = \cos x, u = \sin x$, nguyên hàm của $I = \int (\tan x + \cot x) dx$ là:

- A. $-\ln|t| + \ln|u| + C$. B. $\ln|t| - \ln|u| + C$. C. $\ln|t| + \ln|u| + C$. D. $-\ln|t| - \ln|u| + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \int (\tan x + \cot x) dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx.$$

$$\text{Xét } I_1 = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx. \text{ Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Rightarrow I_1 = -\int \frac{1}{t} dt = -\ln|t| + C_1.$$

$$\text{Xét } I_2 = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx. \text{ Đặt } u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx \Rightarrow I_2 = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C_2.$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = -\ln|t| + \ln|u| + C$$

Câu 177: [MAP] Theo phương pháp đổi biến số ($x \rightarrow t$), nguyên hàm của $I = \int \frac{2 \sin x + 2 \cos x}{\sqrt[3]{1 - \sin 2x}} dx$ là:

- A. $2\sqrt[3]{t} + C$. B. $6\sqrt[3]{t} + C$. C. $3\sqrt[3]{t} + C$. D. $12\sqrt[3]{t} + C$.

Hướng dẫn

Ta có:

$$I = \int \frac{2 \sin x + 2 \cos x}{\sqrt[3]{1 - \sin 2x}} dx = \int \frac{2(\sin x + \cos x)}{\sqrt[3]{(\sin x - \cos x)^2}} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sin x - \cos x \Rightarrow dt = (\sin x + \cos x) dx.$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{2}{\sqrt[3]{t^2}} dt = 2 \cdot \frac{1}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)} t^{\frac{1}{3}} + C = 6\sqrt[3]{t} + C.$$

Câu 178: [MAP] Nguyên hàm của $I = \int x \ln x dx$ bằng với:

- A. $\frac{x^2}{2} \ln x - \int x dx + C$. B. $\frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$. C. $x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx + C$. D. $x^2 \ln x - \int x dx + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{1}{2} x dx.$$

Câu 179: [MAP] Nguyên hàm của $I = \int x \sin x dx$ bằng với:

- A. $x \cos x + \int \cos x dx + C$. B. $-x \cos x - \int \cos x dx + C$.
C. $-x \cos x + \int \cos x dx + C$. D. $x \cos x - \int \cos x dx + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx.$$

Câu 180: [MAP] Họ nguyên hàm của $I = \int e^x dx$ là:

- A. $2e^x + C$. B. e^x . C. $e^{2x} + C$. D. $e^x + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có } I = \int e^x dx = e^x + C.$$

Câu 181: [MAP] Họ nguyên hàm của $I = \int \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} dx$ là:

- A. $\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$. B. $-\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$.
C. $\cot x \cdot \ln(\cos x) - x + C$. D. $-\cot x \cdot \ln(\cos x) + x + C$.

Hướng dẫn

Ta có:

$$I = \int e^x (1+x) dx = \int e^x dx + \int e^x x dx = e^x + C_1 + \underbrace{\int x e^x dx}_{I_1}.$$

$$\text{Xét } I_1 = \int e^x x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I_1 = x e^x - \int x e^x dx \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} x e^x + C_2.$$

$$\Rightarrow I = e^x + \frac{1}{2} x e^x + C.$$

Câu 182: [MAP] $\int (x^2 + 2x^3) dx$ có dạng $\frac{a}{3} x^3 + \frac{b}{4} x^4 + C$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ. Giá trị a bằng:

A. 2.

B. 1.

C. 9.

D. 32.

Hướng dẫn

Theo đề, ta cần tìm $\int (x^2 + 2x^3) dx$. Sau đó, ta xác định giá trị của a .

$$\text{Ta có } \int (x^2 + 2x^3) dx = \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^4 + C.$$

$$\text{Suy ra để } \int (x^2 + x^3) dx \text{ có dạng } \frac{a}{3} x^3 + \frac{b}{4} x^4 + C \text{ thì } a=1, b=2.$$

Câu 183: [MAP] $\int \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5} x^5 \right) dx$ có dạng $\frac{a}{12} x^4 + \frac{b}{6} x^6 + C$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ. Giá

trị a bằng:

A. 1.

B. 12.

C. $\frac{36}{5}(1+\sqrt{3})$.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn

Theo đề, ta cần tìm $\int \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5} x^5 \right) dx$. Sau đó, ta xác định giá trị của a .

$$\text{Ta có } \int \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5} x^5 \right) dx = \frac{1}{12} x^4 + \frac{1+\sqrt{3}}{30} x^6 + C.$$

$$\text{Suy ra để } \int \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1+\sqrt{3}}{5} x^5 \right) dx \text{ có dạng } \frac{a}{12} x^4 + \frac{b}{6} x^6 + C \text{ thì } a=1 \in \mathbb{Q}, b=\frac{1+\sqrt{3}}{5} \notin \mathbb{Q}.$$

Câu 184: [MAP] Tính $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

A. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

B. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C.$

C. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

D. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

Hướng dẫn

Ta có: $\int (2 + e^{3x})^2 dx = \int (4 + 4e^{3x} + e^{6x}) dx = 4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C.$

Câu 185: [MAP] Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ thu được kết quả là:

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}.$

B. $-2\sqrt{1-x} + C.$

C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C.$

D. $\sqrt{1-x} + C.$

Hướng dẫn

Ta có: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = -2\sqrt{1-x} + C.$

Câu 186: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$ là:

A. $\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C.$

B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C.$

C. $\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C.$

D. $-\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C.$

Hướng dẫn

Ta có: $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

Đặt $t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1-x^2 \Rightarrow -tdt = xdx$

Khi đó: $I = -\int \frac{(1-t^2)}{t} tdt = \int (t^2 - 1)dt = \frac{t^3}{3} - t + C.$

Thay $t = \sqrt{1-x^2}$ ta được $I = \frac{(\sqrt{1-x^2})^3}{3} - \sqrt{1-x^2} + C = -\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C.$

Câu 187: [MAP] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

C. $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

D. $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

Hướng dẫn

Ta có: $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Câu 188: [MAP] Nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ là:

- A. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$. B. $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$. C. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$. D. $\frac{1}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$.

Hướng dẫn

Ta có: $\int \sqrt{3x-1} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1+2} \sqrt{(3x-1)^3} + C = \frac{2}{9} \sqrt{(3x-1)^3} + C$.

Câu 189: [MAP] Tính $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4-1} dx$

- A. $F(x) = \ln|x^4-1| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln|x^4-1| + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|x^4-1| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln|x^4-1| + C$.

Hướng dẫn

Ta có: $\int \frac{x^3}{x^4-1} dx = \frac{1}{4} \int \frac{d(x^4-1)}{x^4-1} = \frac{1}{4} \ln|x^4-1| + C$

Câu 190: [MAP] Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$

- A. $-\frac{1}{3} \cos 3x$. B. $-3 \cos 3x$. C. $3 \cos 3x$. D. $\frac{1}{3} \cos 3x$.

Hướng dẫn

Ta có: $\int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Câu 191: [MAP] Cho hàm số $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$. Khi đó:

- A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + 5 \ln x^2 + C$.

Hướng dẫn

Ta có: $\int \frac{5+2x^4}{x^2} dx = \int \left(\frac{5}{x^2} + 2x^2 \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$.

Câu 192: [MAP] Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^3$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$.
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$.

Hướng dẫn

Ta có: $I = \int x\sqrt{1+x^2} dx$

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow t dt = x dx$

Khi đó: $I = \int t \cdot t dt = \frac{t^3}{3} + C$.

Thay $t = \sqrt{1+x^2}$ ta được $I = \frac{(\sqrt{1+x^2})^3}{3} + C$.

Câu 193: [MAP] Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là:

- A. $-\cos 2x + C$. B. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$. C. $\cos 2x + C$. D. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Hướng dẫn

Ta có: $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 194: [MAP] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện:

$$f(x) = 2x - 3\cos x, \quad F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$$

- A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$. B. $F(x) = x^2 - 3\sin x - \frac{\pi^2}{4}$.
C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}$. D. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$.

Hướng dẫn

Ta có: $F(x) = \int (2x - 3\cos x) dx = x^2 - 3\sin x + C$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 3\sin \frac{\pi}{2} + C = 3 \Leftrightarrow C = 6 - \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$$

Câu 195: [MAP] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2}$ biết $F(1) = 0$

- A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$. B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$. C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$. D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{x^3-1}{x^2} dx = \int \left(x - \frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + C$$

$$F(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1^2}{2} + \frac{1}{1} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$$

Câu 196: [MAP] Tìm hàm số $F(x)$ biết rằng $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ và $F(-1) = 3$

- A. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$. B. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$.
C. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x + 3$. D. $F(x) = x^4 + x^3 + 2x + 3$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } F(x) = \int F'(x) dx = \int (4x^3 - 3x^2 + 2) dx = x^4 - x^3 + 2x + C$$

$$F(-1) = 3 \Leftrightarrow (-1)^4 - (-1)^3 + 2(-1) + C = 3 \Leftrightarrow C = 3. \text{ Vậy } F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$$

Câu 197: [MAP] Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là?

- A. $e^x - x$. B. $e^x - x + 2$. C. $e^x - x + C$. D. $e^x - x + 1$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } F(x) = \int e^x \cdot (1 - e^{-x}) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + C$$

$$F(0) = 3 \Leftrightarrow e^0 - 0 + C = 3 \Leftrightarrow C = 2$$

$$\text{Vậy } F(x) = e^x - x + 2$$

Câu 198: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x\sqrt{x^2 + 1}$ là:

- A. $\frac{2}{3}\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$. B. $-2\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$. C. $\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$. D. $\frac{-1}{3}\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } I = \int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow 2t dt = 2x dx.$$

$$\text{Khi đó: } I = \int t \cdot 2t \cdot dt = \int 2t^2 \cdot dt = \frac{2t^3}{3} + C$$

$$\text{Suy ra: } I = \frac{2}{3}\sqrt{(x^2 + 1)^3} + C.$$

Câu 199: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là:

- A. $\sqrt{x^2 + 1} + C$. B. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} + C$. C. $2\sqrt{x^2 + 1} + C$. D. $4\sqrt{x^2 + 1} + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } I = \int \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow 2t dt = 2x dx.$$

$$\text{Khi đó: } I = \int \frac{2t \cdot dt}{t} = 2t + C$$

$$\text{Suy ra: } I = 2\sqrt{x^2 + 1} + C.$$

Câu 200: [MAP] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x - 3}$ là:

- A. $-\ln|\cos x - 3| + C$. B. $2\ln|\cos x - 3| + C$. C. $-\frac{\ln|\cos x - 3|}{2} + C$. D. $4\ln|\cos x - 3| + C$.

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \int \frac{\sin x}{\cos x - 3} dx = \int \frac{-d(\cos x - 3)}{\cos x - 3} = -\ln|\cos x - 3| + C.$$

---HẾT---